

# CURSO DE CÁLCULO INTEGRAL INTRODUCCIÓN

Joven Bachiller:

Como parte de las acciones de mejora para fortalecer el nivel académico de nuestros estudiantes, el Colegio de Bachilleres, pone a disposición, para estudiantes, directivos, padres de familia y docentes la "Guía de estudios y la autoevaluación", con la finalidad de que puedan acceder, verificar, clasificar y retroalimentar los contenidos que serán evaluados en el examen del tercer parcial.

La guía de estudios y la autoevaluación, están diseñadas pensando exclusivamente en Ti, para que te prepares adecuadamente para la presentación del examen tercer parcial.

Este cuadernillo contiene la guía de estudios y la autoevaluación correspondiente a la asignatura de Sexto Semestre: CALCULO INTEGRAL.

## INSTRUCCIONES:

Para contestar la guía de estudios y autoevaluación del examen del tercer parcial.

- 1) Lee cada uno de los bloques y los contenidos temáticos que se te presentan.
- 2) Desarrolla los temas y elabora los ejercicios que se te indican.
- 3) Contesta la autoevaluación y refuerza los conocimientos que obtuviste a lo largo del semestre, para que puedas obtener éxito en el examen del tercer parcial.
- 4) Si durante el desarrollo del contenido de los bloques o al contestar la autoevaluación, tienes algunas dudas, busca y solicita la ayuda de tu profesor, coordinador de asignatura o compañero de clases para aclararlas antes de presentar el Examen del Tercer Parcial en la fecha programada.

Si te interesa conocer la información de forma más amplia, la puedes consultar en la página del Colegio en la dirección: <http://www.cobachbc.edu.mx>

Los pasos para acceder a ella son:

1. Entra a la página del Colegio.
2. Da clic en Alumnos.
3. Da clic en Tercer Parcial.
4. Entra al Semestre que cursas.
5. Selecciona la materia que desees bajar, imprimir o revisar.
6. Da clic a la Guía de Estudio para Examen del Tercer Parcial.

***"Desarrolla hábitos de estudio y obtendrás buenos resultados  
en tu desempeño académico"***



## GUÍA DE ESTUDIO DEL TERCER PARCIAL

**BLOQUE 1.- APLICAS LA DIFERENCIAL EN ESTIMACIÓN DE ERRORES Y APROXIMACIONES DE VARIABLES EN LAS CIENCIAS EXACTAS, SOCIALES, NATURALES Y ADMINISTRATIVAS.**

### 1.- Aplicaciones de la Diferencial. 1/2

- Identifica el procedimiento correcto para el cálculo del área de un círculo.

### 2.- Aplicaciones de la Diferencial. 2/2

- Identifica el procedimiento correcto para calcular el volumen de una esfera.

**BLOQUE 2.- DETERMINAS LA PRIMITIVA DE UNA FUNCIÓN E INTEGRAS FUNCIONES ALGEBRAICAS Y TRASCENDENTES COMO UNA HERRAMIENTA A UTILIZAR EN LAS CIENCIAS EXACTAS, SOCIALES, NATURALES Y ADMINISTRATIVAS.**

### 1.- Determina la primitiva de una función.

- Identifica el procedimiento correcto para determinar la primitiva de una función polinomial de orden dos, con coeficientes fraccionados.
- Identifica el procedimiento correcto para determinar la primitiva de una función radical, con monomio de orden máximo tres.
- Identifica el procedimiento correcto para determinar la primitiva de una función radical con un monomio de máximo tres o un binomio en el numerador.

### 2.- Integración por cambio de variable.

- Identifica el procedimiento correcto para determinar la primitiva de una función algebraica con su diferencial directa que puede ser un binomio de máximo tres, donde el valor del término u puede estar en el numerador o denominador.
- Identifica el procedimiento que permite determinar la primitiva de función algebraica cuya diferencial se tenga que completar.
- Identifica el procedimiento correcto que permite determinar la primitiva de una función trascendente, la cual puede ser trigonométrica, exponenciales o logarítmicas.

**BLOQUE 3.-CALCULAS E INTERPRETAS EL ÁREA BAJO LA CURVA EN EL CONTEXTO DE LAS CIENCIAS EXACTAS, NATURALES, SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS.**

### 1.- Cálculo e interpretación de áreas. 1/2

- Identifica el área mostrada en una gráfica que representa una función.

### 2.- Cálculo e interpretación de áreas. 2/2

- Identifica el procedimiento correcto para determinar las sumatoria de Riemann, utilizando el método circunscrito.

### 3.- Teorema fundamental del cálculo. 1/2

- Identifica el procedimiento correcto para determinar la integral definida de una función binomial o polinomial de orden dos.

### 4.- Teorema fundamental del cálculo. 2/2

- Identifica el procedimiento que permita aplicar el teorema fundamental del cálculo a una función exponencial, cuya potencia contenga a un monomio o binomio.

### 5.- Integrales de funciones algebraicas.

- Identifica el procedimiento que permita determinar la integral definida en una función monomial, binomial o polinomial de orden dos.
- Identifica el procedimiento que permite determinar la integral definida de una función radical que contenga un monomio o un binomio de diferente orden.

### 6.- Integrales de funciones trascendentes.

- Identifica el procedimiento correcto que permita determinar la integral definida en una función senoidal, donde el valor de  $\underline{u}$  puede ser un monomio o un binomio.
- Identifica el procedimiento correcto que permita determinar la integral definida en una función cosenoidal donde el valor del término  $\underline{u}$  puede ser monomio o binomio.
- Identifica el procedimiento correcto que permita determinar la integral definida en una función exponencial cuya potencia contenga a un monomio o un binomio.

## BLOQUE 4.-RESUELVE PROBLEMAS DE APLICACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN SITUACIONES REALES EN EL CAMPO DE LAS CIENCIAS EXACTAS, NATURALES, SOCIALES Y ADMINISTRATIVAS.

### 1.- Cálculo del área de una región plana. 1/2

- Diferencia las gráficas pertenecientes a las funciones algebraicas lineales, cuadráticas o cúbicas con límites superiores o inferiores.

### 2.-Cálculo del área de una región plana. 2/2

- Identifica el procedimiento correcto que permite determinar el área bajo la curva de una función monomial, binomial o polinomial,

### 3.- Cálculo de volúmenes de sólidos en revolución por el método de disco.

- Identifica el procedimiento que permite determinar el volumen del sólido en revolución por medio del método del disco.

## AUTO EVALUACIÓN DE CÁLCULO INTEGRAL

### INSTRUCCIONES

1. Ejemplos de preguntas para que visualices y comprendas la forma en que se te puede cuestionar en el examen del tercer parcial.
2. Contesta esta autoevaluación que te servirá como reforzamiento del conocimiento que adquiriste durante el semestre.
3. Califica tu autoevaluación formando equipos con tus compañeros para que se dé una coevaluación. Ver nota.
4. Verifica las respuestas con la ayuda de tu profesor.
5. En aquellos contenidos donde no hayas logrado el éxito acude con tu profesor para que te apoye y puedas lograr ese conocimiento.

### Nota:

**Coevaluación:** Esta es una forma de evaluación en donde todos participan a diferencia de la autoevaluación que es uno mismo el que evalúa sus conocimientos y reflexiona sobre ellos. Mientras en este proceso pueden participar todos los alumnos que conforman un equipo.

En el aprendizaje colaborativo es muy importante este tipo de evaluación ya que entre todos evalúan el comportamiento y participación que tuvieron entre ellos, de esa manera el alumno puede comparar el nivel de aprendizaje que cree tener y el que consideran sus compañeros que tiene, para de esta forma reflexionar sobre su aprendizaje.

## CÁLCULO INTEGRAL

1. Se mide el diámetro de una medalla que es de aproximadamente 2.5 cm, a dicha medalla se le agrega un espesor de 0.5 cm. ¿Cuál es el incremento que se tiene, si se obtiene por  $A = \pi r^2$ ?

A)  $dA = 2(3.1416)(1.25)(0.5) = 3.927cm^2$       B)  $dA = 2(3.1416)(2.5)(0.5) = 7.854cm^2$

C)  $dA = (3.1416)(2.5)^2(0.5) = 9.8175cm^2$       D)  $dA = (3.1416)(1.25)^2(0.5) = 2.454cm^2$

2. Una pelota de beisbol consta de un material elástico forrado por cuero de 1.2mm de espesor. Si el radio de la pelota es de 5.2 cm, calcula el volumen del material del forro de la pelota, si se obtiene por  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

A)  $dV = 4(3.1416)(5.2)^2(12) = 4077.54cm^3$       B)  $dV = 4(3.1416)(5.2)^2(1.2) = 407.75cm^3$

C)  $dV = 4(3.1416)(5.2)^2(0.12) = 40.77cm^3$       D)  $dV = 4(3.1416)(5.2)^2(0.012) = 4.077 cm^3$

3. Identifica el desarrollo correcto para obtener la primitiva de la siguiente función

$$\int (3x^2 - x - 8)dx$$

A) 
$$= \int 3x^2 dx - \int x dx - \int 8 dx$$
  

$$= x^3 - \frac{x^2}{2} - 8x + c$$

B) 
$$= \int 3x^2 dx - \int x dx - \int 8 dx$$
  

$$= 3x - 1 - 8x + c$$

C) 
$$= \int 3x^2 dx - \int x dx - \int 8 dx$$
  

$$= x^3 - \frac{x^2}{2} - 8x + c$$

D) 
$$= \int 3x^2 dx - \int x dx - \int 8 dx$$
  

$$= x^3 - x^2 - 8x + c$$

4. Identifica el desarrollo correcto para obtener la primitiva de la siguiente función  $\int 5\sqrt{x^3} dx$

A) 
$$= 5 \int x^{\frac{3}{2}} dx$$
  

$$= 5 \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c$$
  

$$= \frac{10\sqrt{x^3}}{3} + c$$

B) 
$$= 5 \int x^{\frac{3}{2}} dx$$
  

$$= 5 \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c$$
  

$$= 2\sqrt{x^5} + c$$

C) 
$$= 5 \int x^{\frac{2}{3}} dx$$
  

$$= 5 \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + c$$
  

$$= 3\sqrt[3]{x^5} + c$$

D) 
$$= 5 \int x^{\frac{3}{2}} dx$$
  

$$= 5 \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c$$
  

$$= \frac{2\sqrt[3]{x^5}}{5} + c$$

5. Identifica el desarrollo correcto para obtener la primitiva de la siguiente función  $\int \frac{dx}{x^2}$

A) 
$$= \int x^{-2} dx$$
  

$$= \frac{x^{-1}}{-1} + c$$
  

$$= -\frac{1}{x} + c$$

B) 
$$= \int x^{-2} dx$$
  

$$= x^{-1} + c$$
  

$$= \frac{1}{x} + c$$

C) 
$$= \int x^{-2} dx$$
  

$$= \frac{x^{-3}}{-3} + c$$
  

$$= -\frac{1}{3x^3} + c$$

D) 
$$= \int x^{-2} dx$$
  

$$= \frac{x^{-1}}{-1} + c$$
  

$$= -\frac{1}{x} + c$$

6. Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de sustitución ó cambio de variable  $\int 6x^2(2x^3 - 2)^4 dx$ .

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad &= \int u^4 du \\ &= \frac{u^5}{5} + c \\ &= \frac{(2x^3 - 2)^5}{5} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad &= 6 \int u^4 du \\ &= 6u^5 + c \\ &= 6(2x^3 - 2)^5 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C)} \quad &= \int u^4 \frac{du}{6} \\ &= \frac{u^5}{6} + c \\ &= \frac{(2x^3 - 2)^6}{6} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D)} \quad &= \int u^4 \frac{du}{2} \\ &= \frac{u^5}{2} + c \\ &= \frac{(2x^3 - 2)^5}{10} + c \end{aligned}$$

7. Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de sustitución ó cambio de variable  $\int x^2(x^3 + 1)^2 dx$ .

$$\begin{aligned} \text{A)} \quad &= 3 \int u^2 du \\ &= 3u^3 + c \\ &= 3(x^3 + 1)^3 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad &= \int u^2 \frac{du}{3} \\ &= \frac{3u^3}{2} + c \\ &= \frac{3(x^3 + 1)^2}{2} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C)} \quad &= \int u^2 du \\ &= \frac{u^3}{3} + c \\ &= \frac{(x^3 + 1)^2}{3} + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D)} \quad &= \int u^2 \frac{du}{3} \\ &= \frac{u^3}{9} + c \\ &= \frac{(x^3 + 1)^3}{9} + c \end{aligned}$$

8. Identifique la secuencia correcta para calcular la integral indefinida, utilizando el método de sustitución o cambio de variable  $\int 3x^2 \text{sen} x^3 dx$ .

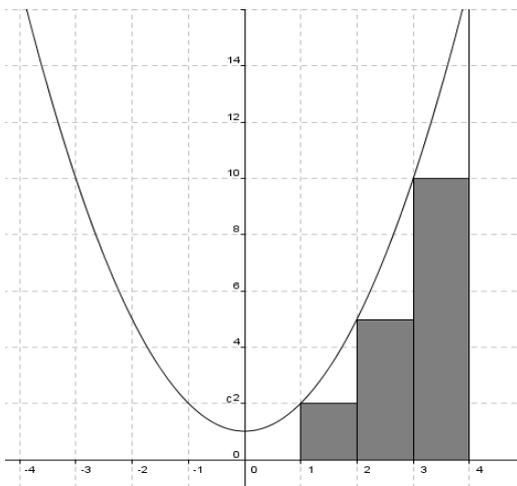
$$\begin{aligned} \text{A)} \quad &= \int 3 \text{sen} u du \\ &= -3 \cos u + c \\ &= -3 \cos x^3 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad &= \int \text{sen} u du \\ &= -\cos u + c \\ &= -\cos x^3 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C)} \quad &= \int \text{sen} u \frac{du}{3} \\ &= -\frac{1}{3} \cos u + c \\ &= -\frac{1}{3} \cos x^3 + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{D)} \quad &= \int \text{sen} u du \\ &= \cos u + c \\ &= \cos x^3 + c \end{aligned}$$

9. A partir de la función  $y = x^2 + 1$ , representada por la siguiente gráfica, utilice la suma de Riemann para seleccionar la opción que representa el área bajo la curva.



$$\text{A)} \quad A = 17u^2$$

$$\text{B)} \quad A = 10u^2$$

$$\text{C)} \quad A = 18u^2$$

$$\text{D)} \quad A = 7.25u^2$$

10. Identifica el desarrollo correcto para obtener el área bajo la curva de la siguiente función  $y = x^2 + 1$ , si el intervalo es  $[0,3]$  por sumas de Riemann(circunscrito).

A)  $A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^2 + 1] \Delta x$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^3 + \Delta x]$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n 1$

$A_R = 4.66 \text{ u}^2$

B)  $A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^2 + 1] \Delta x$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n i^2 \Delta x^4$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$

$A_R = 5.33 \text{ u}^2$

C)  $A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^2 + 1] \Delta x$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^2 + \Delta x]$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2$

$A_R = 2.66 \text{ u}^2$

D)  $A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^2 + 1] \Delta x$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n [i^2 \Delta x^3 + \Delta x]$

$A_R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{n^3} \sum_{i=1}^n i^2 + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x$

$A_R = 2.66 \text{ u}^2$

11. Identifica la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida  $\int_0^5 x^2 dx$

A) 
$$= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^5$$
  

$$= \frac{(5)^3}{3} - 0$$
  

$$= \frac{125}{3}$$

B) 
$$= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^5$$
  

$$= \frac{(0)^3}{3} - \frac{(5)^3}{3}$$
  

$$= -\frac{125}{3}$$

C) 
$$= \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^5$$
  

$$= \frac{(5)^2}{2} - \frac{(0)^2}{2}$$
  

$$= 12.5$$

D) 
$$= \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^5$$
  

$$= \frac{(5)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3}$$
  

$$= \frac{125}{3}$$

12. Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida  $\int_1^3 2^x dx$

A) 
$$= \left[ 2^x \right]_1^3$$
  

$$= 2^2$$

B) 
$$= \left[ 2^x \right]_1^1$$
  

$$= -6$$

C) 
$$= \left[ 2^x \right]_1^3$$
  

$$= 6$$

D) 
$$= \left[ 2^x \right]_1^1$$
  

$$= -4$$

13. Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida

$\int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx$

A) 
$$= \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-2}^1$$
  

$$= \frac{9}{2}$$

B) 
$$= \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_{-2}^1$$
  

$$= -\frac{9}{2}$$

C) 
$$= \left[ \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right]_1^{-2}$$
  

$$= \frac{9}{4}$$

D) 
$$= \left[ x^3 + \frac{x^2}{2} - 2 \right]_{-2}^1$$
  

$$= \frac{15}{2}$$

14. Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida  $\int_0^4 \sqrt{2x^3} dx$

A) 
$$= \left[ \frac{2\sqrt{2x^5}}{5} \right]_0^4$$
  

$$= \frac{64\sqrt{2}}{5}$$

B) 
$$= \left[ \frac{2\sqrt{2x^5}}{5} \right]_4^0$$
  

$$= -\frac{64\sqrt{2}}{5}$$

C) 
$$= \left[ \frac{2\sqrt{x^5}}{5} \right]_0^4$$
  

$$= \frac{64}{5}$$

D) 
$$= \left[ 2\sqrt{2x^5} \right]_0^4$$
  

$$= 64\sqrt{2}$$

15. Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida  $\int_0^{\pi} \text{sen} x dx$

- A)  $= [-\cos x]_0^{\pi}$   
 $= 2$
- B)  $= [-\cos x]_{\pi}^0$   
 $= 0$
- C)  $= [\cos x]_0^{\pi}$   
 $= -2$
- D)  $= [\cos x]_{\pi}^0$   
 $= 2$

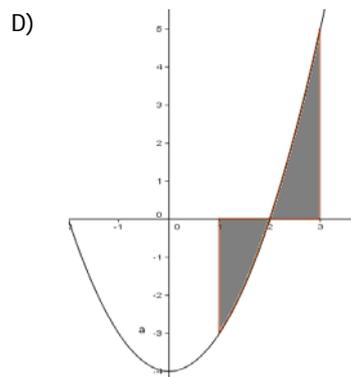
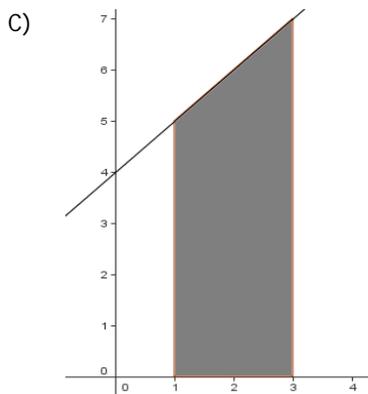
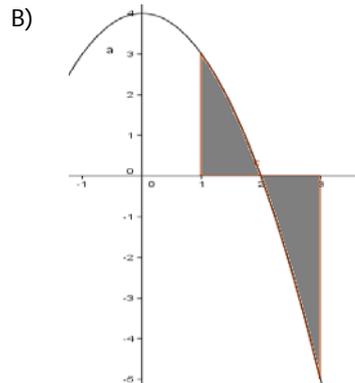
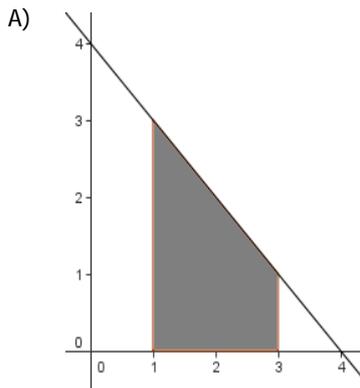
16. Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

- A)  $= [-\text{sen} x]_0^{\frac{\pi}{2}}$   
 $= -1$
- B)  $= [\text{sen} x]_{\frac{\pi}{2}}^0$   
 $= -1$
- C)  $= [\text{sen} x]_0^{\frac{\pi}{2}}$   
 $= 1$
- D)  $= [-\text{sen} x]_{\frac{\pi}{2}}^0$   
 $= 1$

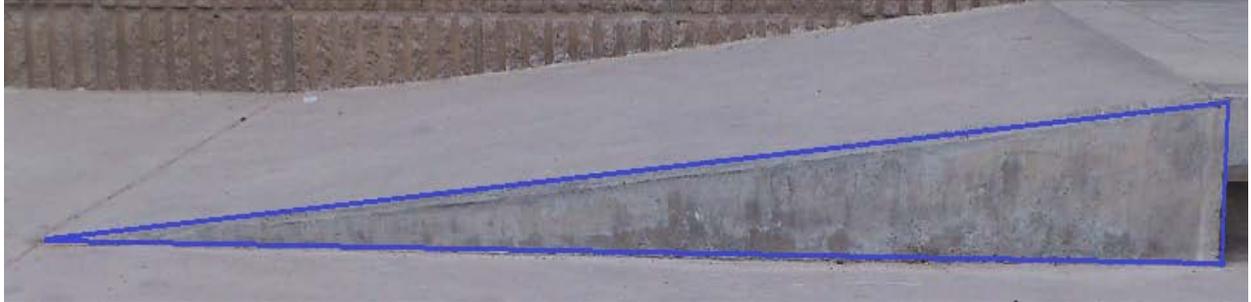
17. Identifique la secuencia correcta para calcular el valor de la integral definida  $\int_0^3 e^x dx$

- A)  $= [e^x]_0^3$   
 $= e^3$
- B)  $= [e^x]_3^0$   
 $= 1 - e^3$
- C)  $= [e^x]_0^3$   
 $= e^3 - 1$
- D)  $= [e^x]_3^0$   
 $= -e^3$

18. Identifica el área limitada bajo la curva de la función  $y = 4 - x$ , el eje "x" y entre  $x = 1$  y  $x = 3$



19. Los alumnos del servicio social solicitaron pintar el área bajo la rampa para personas con capacidades especiales, la rampa tiene un diseño lineal con cierta inclinación representada por la función  $y = \frac{x}{2} + 1$ . Ellos desean saber cuánta es el área bajo la rampa, si la base mide 2 metros para comprar la pintura necesaria.



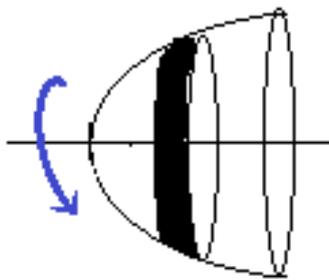
A)  $\int_2^0 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) dx$   
 $= \left[ \frac{x^2}{2} + x \right]_2^0$   
 $= 3u^2$

B)  $\int_0^2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) dx$   
 $= \left[ x^2 - x \right]_0^2$   
 $= 2u^2$

C)  $\int_0^2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) dx$   
 $= \left[ \frac{x^2}{4} + x \right]_0^2$   
 $= 6u^2$

D)  $\int_0^2 (4x^2 + 1) dx$   
 $= \left[ 4x^2 + x \right]_0^2$   
 $= 18u^2$

20. El ejército está diseñando la punta de una bala para lograr un mayor alcance. La propuesta fue una bala que se obtiene al girar del arco que está representado por la función  $y = \sqrt{x}$ , como se observa en la figura, la longitud propuesta es de dos centímetros. Identifica el procedimiento que permite determinar el volumen de metal que se requiere para su construcción.



A)  $V = \int_0^2 [x] dx$   
 $V = \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^2$   
 $V = 2u^3$

B)  $V = \int_0^2 \pi [x] dx$   
 $V = \left[ \frac{\pi x^2}{2} \right]_0^2$   
 $V = 6.28u^3$

C)  $V = \int_0^2 \pi [x]^2 dx$   
 $V = \left[ \frac{\pi x^3}{3} \right]_0^2$   
 $V = 8.37u^3$

D)  $V = \int_0^2 \pi [x]^2 dx$   
 $V = \left[ \pi x^3 \right]_0^2$   
 $V = 25.13u^3$