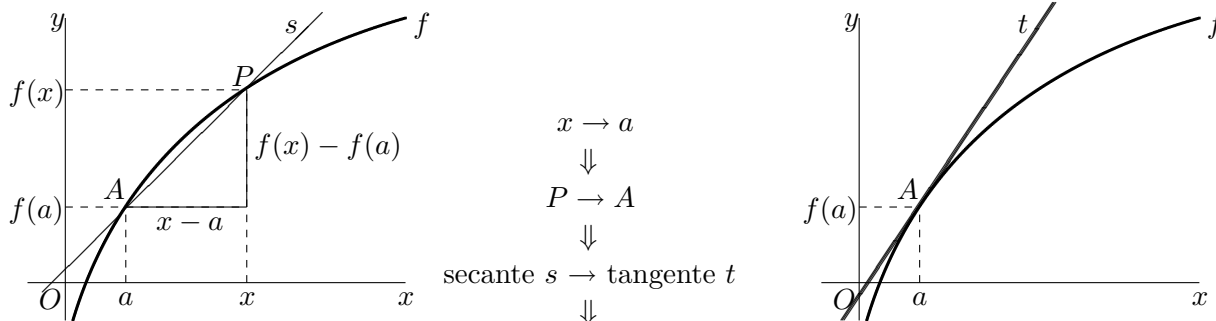


3. Derivación de funciones de una variable

3.1. La derivada 3.1.4. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA Y FÍSICA

Interpretación geométrica de la derivada

La derivada de f en a es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto a , que se conoce como **pendiente** de f en a .



Pendiente de la secante: $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ $\longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$ Pendiente de la tangente: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$

Rectas tangente y normal a una curva

Tangente: $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Normal: $y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)}(x - a)$ (si $f'(a) \neq 0$)

Interpretación física de la derivada. Aplicaciones

Si $x(t)$ es la posición de un móvil en el instante de tiempo t , la velocidad media en el intervalo de tiempo $[t, t + h]$ y la velocidad instantánea en el instante t son, respectivamente:

$$v_m([t, t + h]) = \frac{x(t + h) - x(t)}{h} \qquad v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x(t + h) - x(t)}{h} = x'(t)$$

La derivada de la velocidad es la aceleración: $a(t) = v'(t) = x''(t)$.

En general, la derivada de $y = f(x)$ es el **ritmo de cambio** (velocidad) con que varía la magnitud y respecto de la magnitud x .

Ejercicios

1. Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de la función $y = \frac{1}{x + 2}$ en $x = -3$.
2. Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $x^2 + 2xy = y^3$ en el punto $(1, -1)$.
3. Halla todos los puntos con tangente vertical de la cardioide: $(x^2 + y^2)^{3/2} = \sqrt{x^2 + y^2} + x$.
4. Determina el ángulo que forman las curvas $y = 1 - x^2$ e $y = x^3 + 5$ en sus puntos de corte.
5. Halla a , b y c para que sea máximo el orden de contacto de las funciones $f(x) = x^4 + 2x^2 - x + 1$ y $g(x) = ax^2 + bx + c$ en $x = 0$. ¿Cuál es dicho orden?
6. Un objeto se mueve sobre el eje de abscisas siendo $x(t) = t^3 - 12t^2 + 36t - 27$ su posición en instante t . Describe su movimiento en el intervalo de tiempo $0 \leq t \leq 9$.
7. Un globo esférico se expande creciendo su radio a razón de 2 cm/min. ¿Con qué rapidez crece el volumen del globo cuando su radio es de 5 cm?
8. Una copa en forma de cono invertido, de 12 centímetros de diámetro superior y 9 centímetros de altura, está llena de agua. La copa pierde agua por el vértice inferior a razón de 2 centímetros cúbicos por minuto. ¿A qué velocidad está bajando el nivel del agua en el instante en que tiene 4 centímetros de profundidad?