CAPÍTULO 5

Descubrimiento y prueba de las propiedades de los polígonos

Resumen del contenido

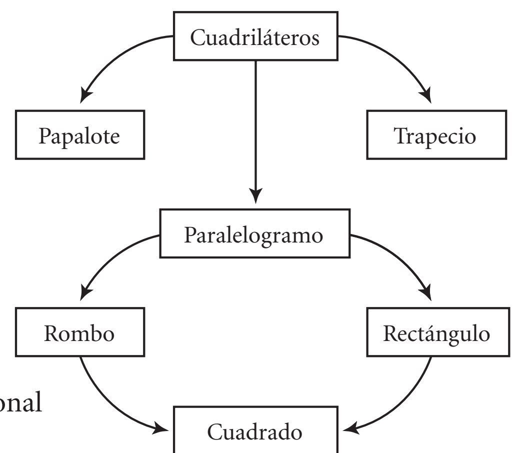
El Capítulo 5 extiende las exploraciones de las propiedades de los triángulos del capítulo anterior para examinar propiedades compartidas por todos los polígonos. Los estudiantes comienzan investigando las sumas de los ángulos internos y externos de cualquier polígono. El capítulo luego se concentra en los cuadriláteros, que son polígonos de cuatro lados. Los estudiantes exploran las relaciones entre los lados, ángulos y diagonales de distintos cuadriláteros especiales, incluyendo la familia de los paralelogramos.

Polígonos

El capítulo comienza con conjeturas sobre los polígonos en general. Los estudiantes experimentan para formar conjeturas acerca de la suma de los ángulos de cualquier polígono y la suma de los ángulos externos de cualquier polígono. Escriben una prueba de párrafo para la primera conjetura, contando con la conjetura de la suma angular en triángulos del Capítulo 4.

Cuadriláteros

El libro toma en cuanta las propiedades de tres categorías de cuadriláteros, como se ve en el diagrama: papalotes, trapecios y paralelogramos.



Los estudiantes exploran dos tipos de paralelogramos, rombos y rectángulos, así como los cuadrados, que son a la vez rombos y rectángulos. Los estudiantes descubren las propiedades de todos los tipos de cuadriláteros, incluyendo cómo se relacionan sus diagonales. En el caso de los trapecios, los estudiantes investigan los segmentos medios, a los cuales relacionan con los segmentos medios de los triángulos.

Las propiedades de varios cuadriláteros pueden verse a partir de su simetría. Un papalote tiene simetría de reflexión a través de la diagonal entre sus ángulos del vértice; un trapecio isósceles tiene simetría de reflexión a través de la recta que pasa por los puntos medios de los lados paralelos; y un paralelogramo tiene simetría de rotación de orden 2 con respecto al punto en el cual se intersecan sus diagonales. Estas simetrías pueden ayudar a explicar por qué ciertos pares de segmentos o ángulos son congruentes o perpendiculares.

Problema resumen

Haga una copia del diagrama que se encuentra aquí arriba, pero con casilleros grandes. Escriba en cada casillero las propiedades de ese tipo de figuras a medida que las encuentra en el libro.

Preguntas que puede hacerle en su rol de estudiante a su estudiante:

- Si agregas un casillero arriba del diagrama para polígonos en general, ¿qué propiedades puedes poner dentro de ese casillero?
- ¿Qué otro tipo de polígonos podrían ir en un diagrama expandido?
- ¿Dónde se podrían agregar los trapecios isósceles en tu diagrama?
- ¿Dónde se podrían agregar los dardos en tu diagrama?
- ¿Qué propiedades se te ocurren que aún no estén en tu diagrama?
- ¿Notas algún tipo de patrón sobre las propiedades que comparten los diferentes tipos de polígonos?

(continúa)

Ejemplos de respuestas

Polígono
La suma de los ángulos externos es de 360°.
Un polígono de n lados tiene $\frac{n(n-3)}{2}$ diagonales y la suma de sus ángulos internos es de $180°(n-2)$.

Cuadrilátero
Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.
La suma de los ángulos internos es de 360º.

Papalote
Un papalote tiene exactamente dos distintos pares de lados congruentes. Los ángulos no del vértice son congruentes. Las diagonales son perpendiculares. La diagonal entre los ángulos del vértice biseca a la otra diagonal. Tiene exactamente una recta de simetría.

Trapecio
Un trapecio tiene exactamente un par de lados paralelos. Dos pares de ángulos adyacentes son suplementarios.

Trapecio isósceles
Un trapecio isósceles tiene dos pares de ángulos congruentes y al menos dos lados congruentes. Sus diagonales son congruentes. Tiene una recta de simetría.

Paralelogramo
Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes y paralelos. Los ángulos opuestos son congruentes. Los ángulos adyacentes son suplementarios. Las diagonales se bisecan entre sí.

Rombo
Un rombo posee todas las características de un paralelogramo. Cuatro lados son congruentes. Las diagonales son perpendiculares. Tiene dos rectas de simetría y simetría de rotación de orden 2.

Rectángulo
Un rectángulo posee todas las características de un paralelogramo. Los ángulos son todos ángulos rectos. Tiene dos rectas de simetría.

Cuadrado
Un cuadrado posee todas las características de un rombo y de un rectángulo. Tiene cuatro rectas de simetría. Tiene simetría de rotación de orden 4.

Dibujar los casilleros en la forma del polígono cuyas propiedades contienen puede hacer que el diagrama sea más interesante.

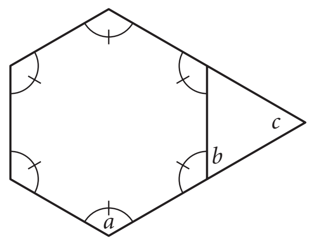
Capítulo 5 • Ejercicios de repaso

Nombre ______________________ **Período** __________ **Fecha** ____________

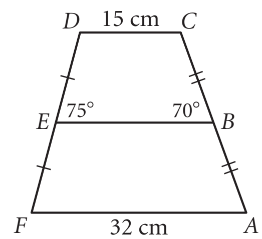
1. *(Lecciones 5.1, 5.2)* Halla la suma de las medidas de los ángulos internos de un 14-ágono regular. Luego halla la suma de los ángulos externos.

(Lecciones 5.1, 5.2, 5.4) Para los Ejercicios 2 y 3, halla las medidas marcadas con una letra en cada figura.

2.



3. Dado que $\overline{CD} \parallel \overline{AF}$,

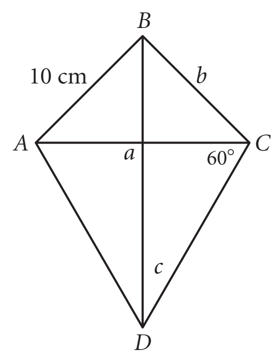


$BE = \underline{\ ?\ }$.

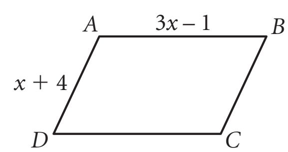
$m\angle ABE = \underline{\ ?\ }$.

$m\angle CDF = \underline{\ ?\ }$.

4. *(Lección 5.3)* Dado el papalote *ABCD*, halla las medidas faltantes.



5. *(Lección 5.5)* El perímetro del paralelogramo *ABCD* es de 46 pulg. Halla las longitudes de sus lados.



6. *(Lecciones 5.6, 5.7)* Dibuja un diagrama y escribe una prueba de párrafo para mostrar que las diagonales de un rectángulo son congruentes.

SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS DE REPASO DEL CAPÍTULO 5

1. Ángulos internos:

Suma de los ángulos internos $= 180\,(n - 2)$
$= 180\,(14 - 2) = 2160°$

Ángulos externos $= 360°$ para todos los polígonos

2. Para el hexágono:

La suma de los ángulos internos $= 180\,(n - 2)$
$= 180\,(6 - 2) = 720°$

Cada ángulo $= \frac{720°}{6} = 120°$

$a = 120°$

$b = 60°$ Par linear.

$c = 60°$ Suma del triángulo.

3. $BE = \dfrac{15 + 32}{2} = 23.5$ cm Segmento medio.

$m\angle ABE = 110°$ Par linear.

$m\angle CDF = 105°$ Ángulos suplementarios.

4. $a = 90°$ Las diagonales de un papalote son perpendiculares.

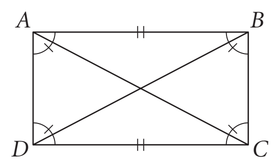
$b = 10$ cm Definición de papalote.

$c = 30°$ Suma del triángulo.

5.

$2(3x - 1) + 2(x + 4) = 46$	Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.
$6x - 2 + 2x + 8 = 46$	Propiedad distributiva.
$8x + 6 = 46$	Combina términos similares.
$8x = 40$	Resta.
$x = 5$	División.
$AB = 3(5) - 1 = 14$ pulg	Sustitución.
$AD = 5 + 4 = 9$ pulg	Sustitución.

6. Ejemplo de respuesta:



Por definición, todos los ángulos de un rectángulo son congruentes, entonces $\angle ABC \cong \angle DCB$. Un rectángulo, como cualquier paralelogramo, tiene lados opuestos congruentes, entonces $\overline{AB} \cong \overline{DC}$. Como es el mismo segmento, $\overline{BC} \cong \overline{BC}$. Entonces $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ según SAS, y $\overline{AC} \cong \overline{DB}$ según CPCTC. Por lo tanto, las diagonales de un rectángulo son congruentes.

