

GUIA nº 3 PRODUCTOS NOTABLES

Existen algunas multiplicaciones de expresiones algebraicas que por sus características se pueden resolver en forma rápida, sin necesidad de recurrir al desarrollo término a término con la ineludible reducción de términos semejantes. En otras palabras, estas multiplicaciones se pueden resolver aplicando una regla práctica y por ello reciben el nombre de productos notables.

SUMA POR DIFERENCIA:

Se llama suma por diferencia al producto de dos binomios que tienen los mismos términos, pero difieren en el signo del segundo término.

$$(a + b) (a - b)$$

Para resolver una suma por diferencia se aplica la siguiente regla:

“El producto de una suma por su diferencia es igual al cuadrado del primer término, menos el cuadrado del segundo término.”

$$(a + b) (a - b) = a^2 - b^2$$

EJEMPLO 1. Resolver $(X + 3) (X - 3)$

Cuadrado del primer termino

$$(X + 3) (X - 3) = X^2 - 3^2 = X^2 - 9$$

Cuadrado del segundo termino

EJEMPLO 2. Resolver $(a + 5) (a - 5)$

$$(a + 5) (a - 5) = a^2 - 5^2 = a^2 - 25$$

RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

- 1.- $(2a + 5) (2a - 5) =$
- 2.- $(2b + 4) (2b - 4) =$
- 3.- $(4x + 5y) (4x - 5y) =$
- 4.- $(6m + 5n) (6m - 5n) =$

CUADRADO DE BINOMIO:

El cuadrado de un binomio es el producto de dos binomios iguales.

$$(a + b)^2 = (a + b) (a + b)$$

Con el procedimiento de multiplicar término a término se obtiene:

$$(a + b)^2 = (a + b) (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 \\ = a^2 + 2ab + b^2$$

Luego, se tiene que:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Si el binomio es una diferencia se tiene:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Por lo tanto, podemos decir que:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

De acuerdo con esto, se puede enunciar la siguiente regla:

“El cuadrado de un binomio es igual al cuadrado del primer término, más o menos el doble producto del primero por el segundo y más el cuadrado del segundo término.”

EJEMPLO 1. Resolver $(X+5)^2$

$$\begin{aligned}(X+5)^2 &= X^2 && \leftarrow \text{“el cuadrado del primer término...”} \\ &= X^2 + 2 \cdot X \cdot 5 && \leftarrow \text{“más el doble producto del primero por el segundo...”} \\ &= X^2 + 2 \cdot 5 \cdot X + 5^2 && \leftarrow \text{“más el cuadrado del segundo término”}\end{aligned}$$

Luego:

$$(X+5)^2 = X^2 + 10X + 25$$

EJEMPLO 2. Resolver $(X - 4)^2 =$

$$\begin{aligned}(X - 4)^2 &= X^2 - 2 \cdot X \cdot 4 + 4^2 \\ &= X^2 - 8X + 16\end{aligned}$$

RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

- 1.- $(x+2)^2$
- 2.- $(x+3)^2$
- 3.- $(2x-1)^2$
- 4.- $(x-5y)^2$

CUBO DE UN BINOMIO

El cubo de un binomio es el producto de tres binomios iguales.

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$$

La regla para resolverlo es:

“El cubo de un binomio es igual al cubo del primer termino, mas o menos el triple producto del cuadrado del rprimer termino por el segundo, mas el triple del producto del primer termino por el cuadrado del segundo, mas o menos el cubo del segundo termino.”

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Ejemplo 1: Resolver $(x+2)^3$

$$\begin{aligned}(x+2)^3 &= x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 \\ &= x^3 + 6x^2 + 3 \cdot x \cdot 4 + 8 \\ &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8\end{aligned}$$

Ejemplo 2: Resolver $(x-4)^3$

$$\begin{aligned}(x-4)^3 &= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 - 4^3 \\ &= x^3 - 12x^2 + 3 \cdot 16 \cdot x - 64 \\ &= x^3 - 12x^2 + 48x - 64\end{aligned}$$

Ejemplo 3: Resolver $(2a + 3b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

$$\begin{aligned}(2a + 3b)^3 &= (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot 3b + 3 \cdot 2a \cdot (3b)^2 + (3b)^3 \\ &= 8a^3 + 3 \cdot 4a^2 \cdot 3b + 3 \cdot 2a \cdot 9b^2 + 27b^3 \\ &= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3\end{aligned}$$

RESOLVER LOS SIGUIENTES EJERCICIOS

- 1.- $(x+2)^3$
- 2.- $(2x+3)^3$
- 3.- $(3x-1)^3$
- 4.- $(7x-5y)^3$