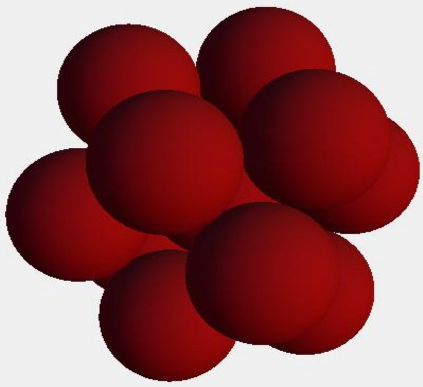
MathCon

The Mathematics Firm

Línea Recta

Línea Recta



www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

Contenido

Capítulo 1

Línea Recta

1.1. Ecuación

Una línea recta esta determinada por dos puntos, $P = (x_1, y_1), Q = (x_2, y_2)$.

La ecuación de la recta más simple es $y = mx + b$, donde m es la pendiente y b es el punto donde intersecta la recta al eje y.

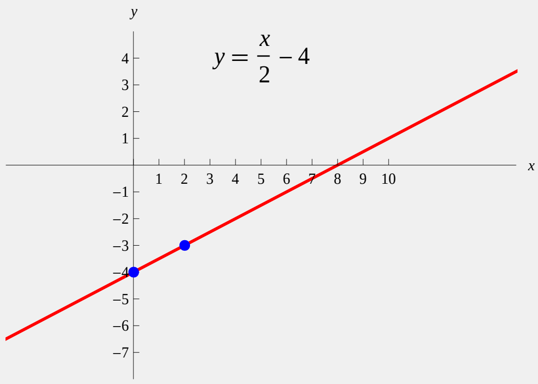
Ecuación de la recta es $y - y_1 = m(x - x_1)$ si se conoce la pendiente $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ y un punto.

La ecuación de la recta en forma polinomial es $Ax + By + C = 0$.

Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente, dos rectas son perpendiculares si la pendiente de una es $m = -\dfrac{1}{m'}$ donde la pendiente de la otra es m'.

1. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -3)$ y tiene pendiente $\dfrac{1}{2}$.
   Sol: La ecuación de la recta es

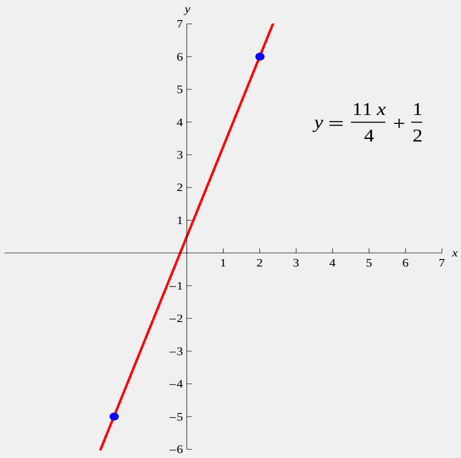
$$\begin{aligned} y - (-3) &= m(x - 2) \\ y + 3 &= \left(\frac{1}{2}\right)(x - 2) \\ y + 3 &= \frac{x}{2} - 1 \\ y &= \frac{x}{2} - 4 \end{aligned}$$



2. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-2, -5)$ y $(2, 6)$.

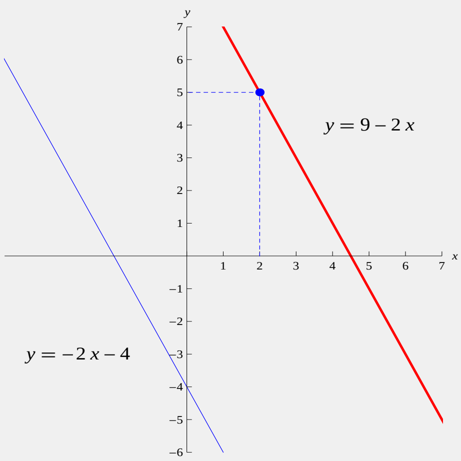
Sol: La ecuación de la recta es

$$\begin{aligned} y-6 &= \frac{6-(-5)}{2-(-2)}(x-2) \\ y-6 &= \left(\frac{11}{4}\right)(x-2) \\ y-6 &= \frac{11x}{4}-\frac{11}{2} \\ y &= \frac{11x}{4}+\frac{1}{2} \end{aligned}$$



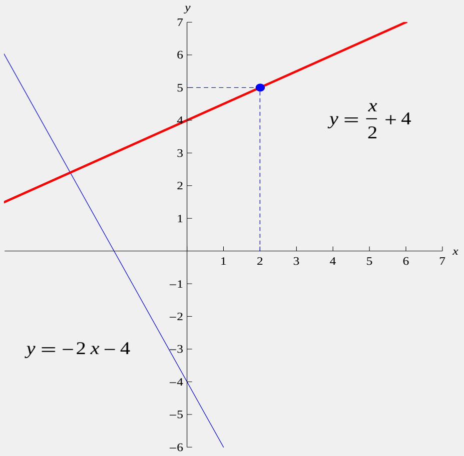
3. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2,5)$ y es paralela a la recta $6x+3y+12=0$.
   Sol: La recta dada puede trasformarse en $y=-2x-4$, por lo tanto la pendiente de esta recta es: -2, como la recta solicitada debe ser paralala, entonces su pendiente debe ser la misma.

$$\begin{aligned} y-5 &= -2(x-2) \\ y-5 &= -2x+4 \\ y &= -2x+4+5 \\ y &= -2x+9 \end{aligned}$$



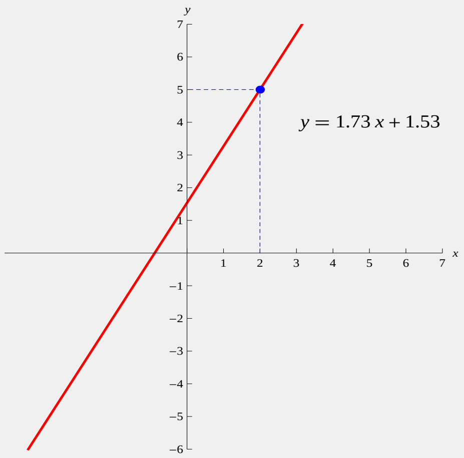
4. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2,5)$ y es perpendicular a la recta $6x+3y+12=0$.
   Sol: La recta dada puede trasformarse en $y=-2x-4$, por lo tanto la pendiente de esta recta es: -2, como la recta solicitada debe ser perpendicular, entonces su pendiente debe ser $\frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} y-5 &= \frac{1}{2}(x-2) \\ y-5 &= \frac{1}{2}x-1 \\ y &= \frac{1}{2}x-1+5 \\ y &= \frac{1}{2}x+4 \end{aligned}$$



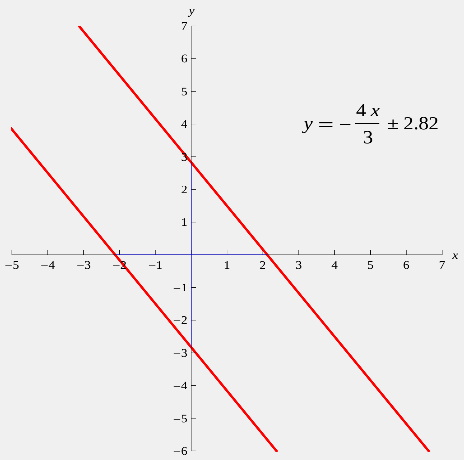
5. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2,5)$ y tiene una pendiente de $60°$.
   Sol: La recta tiene una pendiente igual a $m=\tan(60°)=\sqrt{3}$.

$$\begin{aligned} y-5 &= \sqrt{3}(x-2) \\ y-5 &= \sqrt{3}x-2\sqrt{3} \\ y &= \sqrt{3}x-2\sqrt{3}+5 \end{aligned}$$



6. Encontrar la ecuación de la recta que tiene como pendiente $-\frac{4}{3}$, que además forma un tríangulo con los ejes coordenados que tiene un área de 3 unidades.
Sol: La ecuación de la recta tiene la forma $y = -\frac{4}{3}x + b$, donde la base del triángulo es cuando $y = 0$, es decir $x = \frac{3}{4}b$, y la altura es cuando $x = 0$, es decir $y = b$. Por lo tanto el área del triángulo es $(\frac{3}{4}\,b)b/2$, además deseamos que esta área sea 3, por lo tanto $(\frac{3}{4}\,b)\frac{b}{2} = 3$, es decir, $b^2 = 8$, o sea que la ecuación de la recta solicitada es:

$$y \quad = \quad -\frac{4}{3}x \pm \sqrt{8}.$$



7. Encontrar el valor de k de tal forma que la ecuación $(2+k)x - (3-k)y + 4k + 14 = 0$ pase por el punto $(2,3)$.
Sol: Por lo tanto el punto debe de satisfacer a la ecuación, entonces:

$$\begin{aligned}
(2+k)x - (3-k)y + 4k + 14 &= 0. \\
(2+k)2 - (3-k)3 + 4k + 14 &= 0. \\
4 + 2k - 9 + 3k + 4k + 14 &= 0. \\
9k + 9 &= 0. \\
k &= -1.
\end{aligned}$$

8. Encontrar el valor de k de tal forma que la ecuación $kx + (3-k)y + 7 = 0$ tenga pendiente 7.
Sol: Como la ecuación se transforma en $y = (-7 - kx)/(3-k)$, entonces $-\frac{k}{3-k} = 7$, de donde:

$$\begin{aligned}
-k &= 21 - 7k. \\
6k &= 21. \\
k &= 21/6. \\
k &= 7/2.
\end{aligned}$$