

6 PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

EJERCICIOS PROPUESTOS

6.1 Completa la siguiente tabla para que las magnitudes A y B sean directamente proporcionales.

La razón de proporcionalidad es: $\frac{10}{8} = 1,25$

A	3	10	23,44	42
B	2,4	8	18,75	33,6

6.2 Cinco amigas han comprado entradas para un concierto por 75 euros. ¿Cuánto tendrían que haber pagado si hubieran comprado 16 entradas?

El "coste de las entradas" es proporcional al "número x de amigas que asisten" Es decir, son directamente proporcionales.

$$\frac{75}{5} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = 240$$

Coste de las 16 entradas: $x = 240$ euros

6.3 Dos amigos han obtenido la misma calificación en dos exámenes de matemáticas diferentes.

Todos los ejercicios tenían la misma puntuación y Sergio resolvió correctamente 24 de las 30 preguntas que tenía su examen.

¿Cuántos aciertos tuvo Jorge si su prueba constaba de 20 preguntas?

Se trata de hallar la eficacia de cada uno.

Sergio: $\frac{24}{30} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 80$

Jorge: $\frac{x}{20} = \frac{80}{100} \Rightarrow x = 16$

Jorge obtuvo 16 aciertos.

6.4 Expresa en forma de porcentaje las siguientes fracciones.

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{23}{25}$

c) $\frac{12}{64}$

a) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

b) $\frac{23}{25} = \frac{92}{100} = 92\%$

c) $\frac{12}{64} = 18,75\%$

6.5 Calcula los porcentajes siguientes y explica si el proceso modifica el resultado:

a) el 10% del 50% de 350

b) el 50% del 10% de 350.

a) $350 \cdot (1 - 0,50) \cdot (1 - 0,10) = 350 \cdot 0,50 \cdot 0,90 = 157,50$ euros

b) $350 \cdot (1 - 0,10) \cdot (1 - 0,50) = 350 \cdot 0,90 \cdot 0,50 = 157,50$ euros

El resultado es el mismo intercambiando el proceso. No sería así si se calculase la suma de los porcentajes, es decir, el 60% de 350.

6.6 Con la llegada del calor, la venta de aparatos de aire acondicionado se ha disparado. El precio de lanzamiento de uno de estos productos es de 280 euros, y se ha incrementado la primera vez en un 10%, y una segunda, en un 20%. ¿Esta doble subida es equivalente a un aumento del 30%?

Calcula, en cada caso, el importe del aparato.

a) El primer incremento del precio será: $280 + 280 \cdot 0,10 = 308$ euros.

El segundo incremento será sobre el precio anterior: $308 + 308 \cdot 0,20 = 369,60$ euros

b) $280 + 280 \cdot 0,30 = 364$ €. Si se calcula el incremento del 30%, se comprueba que la subida es menor.

6.7 Teo lleva a clase una bolsa de caramelos para celebrar su cumpleaños. A la hora del recreo reparte el 80%. Si aún le quedan 16 caramelos en la bolsa, ¿cuántos ha llevado al colegio esa mañana?

$$x - \frac{80}{100} \cdot x = 16 \Rightarrow x = 80 \Rightarrow \text{Teo ha llevado a clase 80 caramelos.}$$

6.8 Una nevera cuesta 450 euros más el 16% de IVA, pero con la rebaja aplicada en la tienda se queda en 417,60 euros. ¿Cuál es el descuento aplicado?

El precio de la nevera con el IVA aplicado es de $450 + 450 \cdot \frac{16}{100} = 522$ €.

$$522 - 522 \cdot \frac{x}{100} = 417,60 \Rightarrow x = 20. \text{ El descuento aplicado es del 20\%.}$$

6.9 En una tienda de música, Carlota ha comprado 2 CD; Marcos, 3, y Samuel, 5.

¿Cuánto pagará cada uno si todos los discos valen lo mismo y el total abonado ha sido de 110 euros?

Precio de un disco: $110 : 10 = 11$ euros

Carlota paga: $2 \cdot 11 = 22$ euros.

Marcos paga: $3 \cdot 11 = 33$ euros.

Samuel paga: $5 \cdot 11 = 60$ euros.

6.10 En la biblioteca de un barrio hay 1200 libros de ciencia ficción, de género policíaco y de viajes. ¿Cuántos habrá de cada clase si su número es proporcional a 1, 2 y 3, respectivamente?

Se tiene la proporcionalidad: $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = \frac{1200}{6} = 200$, siendo x, y, z los libros que corresponden a cada grupo.

Libros de ciencia ficción: $200 \cdot 1 = 200$

Libros policíacos: $200 \cdot 2 = 400$

Libros de viajes: $200 \cdot 3 = 600$

6.11 En un banco se depositan 5000 euros al 8% de interés simple anual.

¿Cuánto pagará el banco al cabo de 6 años? ¿Y de 9 meses? ¿Y de 108 días?

a) Interés anual: $5000 \cdot 0,08 = 400$ euros

b) Interés en 6 años: $400 \cdot 6 = 2400$ euros

c) Interés en 9 meses: $400 \cdot \frac{9}{12} = 300$ euros

d) Interés en 108 días: $400 \cdot \frac{108}{360} = 120$ euros

6.12 Un capital de 600 euros ha producido unos intereses de 240 euros al 5% anual. ¿Cuánto tiempo ha estado el capital depositado en el banco si el interés es simple?

$$600 \cdot \frac{5}{100} \cdot t = 240 \Rightarrow t = 8 \text{ años}$$

6.13 Elena acaba de nacer. Sus abuelos depositan 1000 euros en una cuenta a un interés compuesto del 8%. ¿Qué cantidad habrá en la cuenta cuando Elena cumpla 18 años? ¿Por cuánto se habrá multiplicado la cantidad inicial?

$$\text{Capital acumulado: } C = 1000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^{18} = 1000 \cdot 1,08^{18} = 3996,02 \text{ euros} \approx 4000 \text{ euros}$$

Como vemos, el dinero se ha multiplicado aproximadamente por 4, es decir, se ha cuadruplicado.

6.14 Una ciudad tiene una población de 5 423 384 habitantes. Si crece cada año un 1,5%, ¿cuántos tendrá dentro de 10 años?

El crecimiento de habitantes seguirá la situación del interés compuesto.

$$\text{Número de habitantes} = 5\,423\,384 \cdot (1 + 0,015)^{10} = 6\,294\,058,54$$

6.15 Calcula el capital final que generarán 4500 euros a un interés compuesto del 4% durante 3 años si:

a) Los intereses se pagan anualmente.

b) Los intereses se pagan semestralmente.

c) Los intereses se pagan trimestralmente.

d) Los intereses se pagan mensualmente.

e) Los intereses se pagan diariamente.

a) Si el pago es anual: $C = 4500 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^3 = 5061,89$ euros

b) Si el pago es semestral: $C = 4500 \cdot \left(1 + \frac{4}{2 \cdot 100}\right)^6 = 5067,73$ euros

c) Si el pago es trimestral: $C = 4500 \cdot \left(1 + \frac{4}{12 \cdot 100}\right)^{12} = 5070,71$ euros

d) Si el pago es mensual: $C = 4500 \cdot \left(1 + \frac{4}{12 \cdot 100}\right)^{36} = 5072,72$ euros

e) Si el pago es diario: $C = 4500 \cdot \left(1 + \frac{4}{360 \cdot 100}\right)^{1080} = 5073,70$ euros

- 6.16 Un empresario pide un préstamo al 12% de interés compuesto durante 6 años. Si el capital final a devolver asciende a 850 000 euros, ¿cuál habrá sido el capital prestado?

El capital inicial se calcula aplicando la fórmula del interés compuesto:

$$850\,000 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^6 \Rightarrow C_0 = 758\,928,57 \text{ euros}$$

- 6.17 Una empresa deposita 300 000 euros en una entidad bancaria al 10% de interés compuesto anual. Al cabo de cierto tiempo, t , retira el capital y los intereses acumulados, que son 63 000 euros. Calcula el tiempo que ha estado el dinero en el banco.

$$300\,000 \cdot \frac{10}{100} \cdot t = 63\,000 \Rightarrow 300\,000 \cdot t = 630\,000 \Rightarrow t = \frac{21}{10} \Rightarrow 1 \text{ año y 11 meses}$$

- 6.18 ¿Es lo mismo un interés compuesto mensual del 1% que uno trimestral del 4%? Razónalo sobre un capital inicial de 6000 euros.

$$C = 6000 \cdot \left(1 + \frac{1}{12 \cdot 100}\right)^{12} = 6060,28 \text{ euros}$$

$$b) C = 6000 \cdot \left(1 + \frac{4}{4 \cdot 100}\right)^3 = 6045,11 \text{ euros}$$

El capital acumulado es mayor si los intereses se abonan de forma mensual.

- 6.19 Completa la siguiente tabla en tu cuaderno sabiendo que las magnitudes son inversamente proporcionales. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

A	50	100	80	200	160	16
B	8	4	5	2	2,5	25

La constante de proporcionalidad k es $100 \cdot 4 = 400$.

- 6.20 Un motorista que circula a 80 km/h de velocidad media emplea 3 horas en viajar de Madrid a Burgos. ¿Cuánto tardará un automóvil si su velocidad media es de 120 km/h? ¿Cómo son las magnitudes tiempo y velocidad? ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

Las magnitudes tiempo y velocidad son inversamente proporcionales.

La constante de proporcionalidad es: $80 \cdot 3 = 240$, que coincide con la distancia en km de Madrid a Burgos.

El motorista tardará: $240 : 120 = 2$ horas.

- 6.21 Jon tiene 120 vacas, a las que puede alimentar durante 45 días. ¿Cuántas vacas debería vender para que las demás tengan alimento para 60 días? ¿Cómo son las magnitudes número de vacas y días de comida? ¿Qué valor toma la constante k ?

Las magnitudes vacas y días de comida son inversamente proporcionales.

La constante de proporcionalidad es el número de raciones vaca/día.

Se designa por x el número de vacas que puede mantener.

$$\text{Raciones vaca/día: } 120 \cdot 45 = 5400$$

$$\text{Raciones vaca/día: } x \cdot 60 = 5400$$

$$\text{Por tanto, } x = 90$$

Si solo puede mantener 90, debe vender 30 vacas.

- 6.22 En una carrera ciclista se reparte un premio de 12 600 euros entre los tres primeros corredores que lleguen a la meta de forma inversamente proporcional al tiempo empleado en concluir la carrera (3, 5 y 6 horas, respectivamente). ¿Cómo queda establecido el reparto del premio?

Se calcula la constante de proporcionalidad.

$$\frac{1}{3} \cdot k + \frac{1}{5} \cdot k + \frac{1}{6} \cdot k = 12\,600 \Rightarrow k = 18\,000$$

Por tanto, cada ciclista recibirá:

$$\text{Primero: } \frac{1}{3} \cdot 18\,000 = 6000 \text{ euros}$$

$$\text{Segundo: } \frac{1}{5} \cdot 18\,000 = 3600 \text{ euros}$$

$$\text{Tercero: } \frac{1}{6} \cdot 18\,000 = 3000 \text{ euros}$$

6.23 A José le ha tocado la Lotería de Navidad. El premio es de 63 000 euros, y quiere repartirlo entre sus hijos de forma inversamente proporcional a sus edades, que son 20, 25, 30 y 34 años. ¿Qué cantidad recibirá cada uno?

Se calcula la constante de proporcionalidad.

$$\frac{1}{20} \cdot k + \frac{1}{25} \cdot k + \frac{1}{30} \cdot k + \frac{1}{34} \cdot k = 63\,000 \Rightarrow k = 412\,451,86$$

Por tanto, cada hijo recibirá:

$$\text{Hijo de 20 años: } \frac{1}{20} \cdot 412\,451,86 = 20\,622,59 \text{ euros}$$

$$\text{Hijo de 25 años: } \frac{1}{25} \cdot 412\,451,86 = 16\,498,08 \text{ euros}$$

$$\text{Hijo de 30 años: } \frac{1}{30} \cdot 412\,451,86 = 13\,748,39 \text{ euros}$$

$$\text{Hijo de 34 años: } \frac{1}{34} \cdot 412\,451,86 = 12\,130,94 \text{ euros}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

6.24 Un ganadero sabe que para alimentar a sus 20 animales durante 30 días necesita 2 toneladas de pienso. ¿Cuántos días le durará la comida si compra 10 animales más y otros 1500 kilogramos de pienso?

Se utiliza la regla de tres compuesta:

20 animales ——— 2000 kg ——— 30 días

30 animales ——— 2000 kg ——— x días $\Rightarrow x = \frac{20 \cdot 30}{30} = 20$ días

30 animales ——— 3500 kg ——— y días $\Rightarrow y = \frac{20 \cdot 3500}{2000} = 35$ días

6.25 Tres alumnos tardan 4 días en preparar seis casetas para la fiesta anual del colegio. Necesitan montar otras 5 casetas y solo disponen de 2 días más. ¿Cuántos compañeros más tendrán que ayudarles?

Respecto al problema anterior, solo varía el número de animales. Es un problema de proporcionalidad inversa.

30 animales ——— 35 días

42 animales ——— $x = \frac{30 \cdot 35}{42} = 25$ días

ACTIVIDADES

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Magnitudes directamente proporcionales

6.26 Explica cuáles de las siguientes parejas de magnitudes son directamente proporcionales.

- El número de lados de un polígono regular de 15 centímetros de lado y su perímetro.
- El número de prendas de ropa compradas en una tienda y el precio total de la compra.
- La longitud de una palabra y el número de vocales que tiene.
- El radio de una circunferencia y su longitud.
- La edad de una persona y su peso.
- El número de horas trabajadas durante un mes y el sueldo al final del mismo.

Son directamente proporcionales las magnitudes de los apartados a y d, siendo $\frac{1}{15}$ y $\frac{1}{2\pi}$ las constantes de proporcionalidad respectivas, porque es el único caso en que al multiplicar (o dividir) una de ellas por una cantidad, la otra también queda multiplicada (o dividida) por la misma cantidad.

6.27 Completa las tablas siguientes sabiendo que son magnitudes directamente proporcionales y calcula su razón de proporcionalidad.

a)

A	1	3	4	6
B	16	48	64	96

$$r = \frac{1}{16}$$

b)

C	27	54	81	216
D	1	2	3	8

$$r = 27$$

- 6.28** En todas las excursiones que realiza un determinado centro escolar, por cada alumno se pagan 1,75 euros de seguro de accidentes. Si en la última excursión el importe total fue de 99,75 euros, ¿cuántos alumnos fueron?

Como son magnitudes directamente proporcionales: $x = \frac{99,75}{1,75} = 57$ alumnos fueron.

Repartos directamente proporcionales

- 6.29** Reparte 60 000 de forma directamente proporcional a los siguientes números.

a) 10, 12 y 8 b) 3, 5 y 12 c) 2, 6 y 7 d) 5, 4 y 3

a) $\frac{x}{10} = \frac{y}{12} = \frac{z}{8} = \frac{60\,000}{30} \Rightarrow x = 20\,000; y = 24\,000; z = 16\,000$

b) $\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{12} = \frac{60\,000}{20} \Rightarrow x = 9\,000; y = 15\,000; z = 36\,000$

c) $\frac{x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7} = \frac{60\,000}{15} \Rightarrow x = 8\,000; y = 24\,000; z = 28\,000$

d) $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{60\,000}{12} \Rightarrow x = 25\,000; y = 20\,000; z = 15\,000$

- 6.30** Tres amigos han compuesto las 12 canciones de un CD. Uno de ellos es el autor de 2 canciones; otro, de 4, y el tercero, de las restantes. Por cada CD vendido obtendrán un beneficio de 6 euros.

¿Qué cantidad se llevará cada uno si reparten las ganancias de forma directamente proporcional al número de canciones que han compuesto?

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = \frac{6}{12} \Rightarrow x = 1 \text{ €}; y = 2 \text{ €}; z = 3 \text{ €}$$

- 6.31** Los abuelos paternos de Ada quieren repartir 180 euros entre ella y su hermano de forma proporcional a sus edades, 8 y 12 años.

Por otra parte, sus abuelos maternos distribuirán 216 euros entre sus tres nietos, también de forma proporcional a sus edades, 4, 8 y 12 años.

Si Ada es la nieta de 12 años, ¿con qué reparto obtendrá más dinero? ¿Y su hermano, que es el nieto de 8 años?

$$\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{180}{20} \Rightarrow x = 72 \text{ € al de 8 años}; y = 108 \text{ € al de 12}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{y}{8} = \frac{z}{12} = \frac{216}{24} \Rightarrow x = 36 \text{ € al de 4 años}; y = 72 \text{ € al de 8 años}; z = 108 \text{ € al de 12 años.}$$

En los dos casos, Ada y su hermano reciben la misma cantidad.

Porcentajes

- 6.32** Expresa en tantos por ciento los siguientes casos.

a) Dos de cada cinco personas dejaron de fumar en los 6 primeros meses de 2007.

b) Ocho de cada nueve encuestados duermen menos de 8 horas diarias.

c) Uno de cada doce residentes españoles colabora con una ONG.

a) $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} \Rightarrow$ El 40%

b) $\frac{8}{9} = \frac{88,89}{100} \Rightarrow$ El 88,89%

c) $\frac{1}{12} = \frac{8,33}{100} = \Rightarrow$ El 8,33%

- 6.33** Calcula los siguientes porcentajes.

a) 18% de 30

c) 35% de 90

b) 7% de 12

d) 86% de 210

a) $0,18 \cdot 30 = 5,4$

c) $0,35 \cdot 90 = 29,5$

b) $0,07 \cdot 12 = 0,84$

d) $0,86 \cdot 210 = 180,6$

6.34 Halla, en cada caso, el valor de la variable x .

- a) El 24% de x es 348. b) El $x\%$ de 250 es 40. c) El 95% de 3200 es x .

a) $\frac{24}{100} \cdot x = 348 \Rightarrow x = 1450$ b) $\frac{x}{100} \cdot 250 = 40 \Rightarrow x = 16\%$ c) $x = 0,95 \cdot 3200 = 3040$

6.35 Calcula el descuento que se ha aplicado a un artículo de liquidación que costaba 2850 euros si en la primera oferta se rebajó un 30%, y en la segunda, un 20% sobre el precio ya rebajado. ¿El descuento total fue del 50%?

$0,20 \cdot 0,30 \cdot 2850 = 171 \text{ €}$ fue el descuento.

Si la rebaja hubiera sido del 50%, se habría descontado la mitad. Por tanto, no ha sido ese el descuento total.

6.36 Halla el aumento porcentual de los latidos del corazón de una persona que pasa de 68 a 115 pulsaciones por minuto.

$115 - 68 = 47$ latidos por minuto es lo que ha aumentado.

$\frac{x}{100} \cdot 68 = 47 \Rightarrow x = 69,12\%$ es el porcentaje que han aumentado.

Cálculo de intereses

6.37 Calcula el capital acumulado por un depósito de 1200 euros a un interés simple del 3,2% después de 1, 5 y 10 años.

¿La cantidad acumulada entre los 5 y 10 años es el doble que la correspondiente a los 5 primeros?

$C = 1200 \cdot (1 + 1 \cdot 0,032) = 1238,40 \text{ €}$

$C = 1200 \cdot (1 + 5 \cdot 0,032) = 1392 \text{ €}$

$C = 1200 \cdot (1 + 10 \cdot 0,032) = 1584 \text{ €}$

$1584 - 1392 = 192 \text{ €}$ entre los años 5 y 10

$1392 - 1238,40 = 154,60 \text{ €}$ en los 5 primeros años.

Por tanto, la cantidad acumulada entre los años 5 y 10 no es el doble de la que acumula en los 5 primeros años.

6.38 Halla en qué cantidad se incrementarían 3000 euros depositados en una cuenta corriente durante 4 años a un interés simple anual y a un interés compuesto anual del 6%. Compara el resultado y coméntalo.

Interés simple: $i = 3000 \cdot 4 \cdot 0,06 = 720 \text{ €}$

Interés compuesto: $C = 3000 (1 + 0,06)^4 = 3787,43 \Rightarrow i = 3787,43 - 3000 = 787,43 \text{ €}$

El interés acumulado en el caso compuesto es de 787,43 € más que en el simple.

6.39 Calcula el interés simple al que se han depositado 1800 euros en un banco durante un año si el capital al cabo de ese tiempo ha sido de 1872 euros.

$1872 = 1800 \cdot \left(1 + 1 \cdot \frac{r}{100}\right) \Rightarrow r = 100 \cdot \left(\frac{1872}{1800} - 1\right) = 4\%$

6.40 Estudia, de entre las siguientes, cuál es la opción más rentable al ingresar 600 euros en una cuenta durante 2 años a un interés simple.

a) Mensual del 0,6%

b) Semestral del 1,7%

c) Anual del 2,5%

a) $C = 600 \cdot (1 + 24 \cdot 0,006) = 600,144 \text{ €}$

b) $C = 600 \cdot (1 + 4 \cdot 0,017) = 640,80 \text{ €}$

c) $C = 600 \cdot (1 + 2 \cdot 0,025) = 630 \text{ €}$

La opción más rentable es la segunda.

6.41 Halla el tiempo que han estado ingresados 2500 euros en una cuenta si han producido unos intereses de 250 euros al 3,5% anual, en los casos de que sea un interés simple o compuesto.

Interés simple: $250 = 2500 \cdot t \cdot 0,035 \Rightarrow t = 2,86$. Han estado aproximadamente 3 años.

Interés compuesto: $2750 = 2500 \cdot (1 + 0,035)^t \Rightarrow 1,035^t = 1,1 \Rightarrow t = 2,77$ años. Por tanto, aproximadamente el mismo tiempo.

Magnitudes inversamente proporcionales

6.42 Completa las tablas siguientes sabiendo que son magnitudes inversamente proporcionales y calcula su constante de proporcionalidad.

a)

A	1	2	3	5
B	330	165	110	66

$$k = 330$$

b)

C	1	2	6	7
D	84	42	14	12

$$k = 84$$

6.43 Escribe tres ejemplos de dos magnitudes inversamente proporcionales y explica razonadamente por qué lo son.

La velocidad y el tiempo que tarda un coche en recorrer un espacio determinado.

El número de obreros y el tiempo que tardan en realizar una tarea.

El número de camiones utilizados en transportar una determinada mercancía y el número de viajes que han de dar para ello.

6.44 Estudia si las magnitudes de las siguientes tablas son inversamente proporcionales.

a)

A	1	2	3	4
B	450	225	150	100

a) $1 \cdot 450 = 2 \cdot 225 = 3 \cdot 150 \neq 4 \cdot 100$.
No son inversamente proporcionales.

b)

C	120	60	30	15
D	2	4	8	16

b) $120 \cdot 2 = 60 \cdot 4 = 30 \cdot 8 = 15 \cdot 16$
Son inversamente proporcionales.

6.45 La constante de proporcionalidad de dos magnitudes inversamente proporcionales, A y B , es 8.

Calcula:

a) El valor de A cuando B es 2.

b) El valor de B cuando A es 16.

a) $A \cdot 2 = 8 \Rightarrow A = 4$

b) $16 \cdot B = 8 \Rightarrow B = 0,5$

Repartos inversamente proporcionales

6.46 Reparte 12 000 de forma inversamente proporcional a los siguientes números.

a) 2 y 6

c) 2, 3 y 4

b) 4 y 5

d) 2, 4 y 8

a) $\frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{6} \cdot k = 12\,000 \Rightarrow \frac{4}{6} k = 12\,000 \Rightarrow k = 18\,000$

$$\frac{1}{2} \cdot 18\,000 = 9\,000$$

$$\frac{1}{6} \cdot 18\,000 = 3\,000$$

b) $\frac{1}{4} \cdot k + \frac{1}{5} \cdot k = 12\,000 \Rightarrow \frac{9}{20} k = 12\,000 \Rightarrow k = 26\,666,67$

$$\frac{1}{4} \cdot 26\,666,67 = 6\,666,67$$

$$\frac{1}{5} \cdot 26\,666,67 = 5\,333,33$$

$$c) \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{3} \cdot k + \frac{1}{4} \cdot k = 12\,000 \Rightarrow \frac{13}{12} k = 12\,000 \Rightarrow k = 11\,076,92$$

$$\frac{1}{2} \cdot 11\,076,92 = 5538,46$$

$$\frac{1}{3} \cdot 11\,076,92 = 3692,31$$

$$\frac{1}{4} \cdot 11\,076,92 = 2769,23$$

$$d) \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{4} \cdot k + \frac{1}{8} \cdot k = 12\,000 \Rightarrow \frac{7}{8} k = 12\,000 \Rightarrow k = 13\,714,29$$

$$\frac{1}{2} \cdot 13\,714,29 = 6857,15$$

$$\frac{1}{4} \cdot 13\,714,29 = 3428,58$$

$$\frac{1}{8} \cdot 13\,714,29 = 1714,29$$

6.47 En un concurso de pintura rápida se va a repartir la cantidad de 6000 euros entre los tres primeros clasificados de manera inversamente proporcional a su lugar en la clasificación.

Calcula la cantidad que se llevará cada uno de ellos.

$$k + \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{3} \cdot k = 6000 \Rightarrow \frac{11}{6} \cdot k = 6000 \Rightarrow k = 3272,73$$

El primer clasificado se lleva 3272,73 €.

$$\text{El segundo: } \frac{1}{2} \cdot 3272,73 = 1636,37 \text{ €.}$$

El tercero: $\frac{1}{3} \cdot 3272,73 = 1090,91 \text{ €.}$

6.48 En una carrera popular participan 20 trabajadores de una misma compañía. La dirección de la empresa ha ofrecido un premio especial de 600 euros para repartir entre los cuatro primeros empleados que crucen la línea de meta. El primero lo repartirán de manera inversamente proporcional al orden de llegada.

¿Cuánto dinero obtendrá cada uno de ellos?

$$k + \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{3} k + \frac{1}{4} k = 600 \Rightarrow \frac{25}{12} k = 600 \Rightarrow k = 288$$

El primer clasificado se lleva 288 €.

$$\text{El tercero: } \frac{1}{3} \cdot 288 = 96 \text{ €.}$$

El segundo: $\frac{1}{2} \cdot 288 = 144 \text{ €.}$

$$\text{El cuarto: } \frac{1}{4} \cdot 288 = 72 \text{ €.}$$

CUESTIONES PARA ACLARARSE

6.49 Explica si es verdadera o falsa cada una de las afirmaciones siguientes.

- a) La razón de proporcionalidad es un número mayor que 1.
 - b) Un porcentaje equivale a una razón de denominador 100.
 - c) Entre magnitudes inversamente proporcionales no existe razón de proporcionalidad.
 - d) En un reparto proporcional a las edades de tres personas, a la mayor le corresponde la cantidad más pequeña.
- a) Falso.
 - b) Verdadero.
 - c) Verdadero, existe constante.
 - d) Falso, le corresponde la mayor cantidad.

6.50 ¿Son directamente proporcionales los kilómetros recorridos en un trayecto en autobús y el precio del billete? Razona tu respuesta.

No, porque al aumentar el número de kilómetros recorridos, el precio no aumenta de forma proporcional, esto es, al duplicarse el número de kilómetros, el precio del billete no se duplica.

6.51 Completa las siguientes frases.

- a) Si A y B son directamente proporcionales, al triplicarse un valor de A , su valor correspondiente de B se **triplica**.
b) Si A y B son inversamente proporcionales, al dividirse entre dos un valor de B , el correspondiente valor de A se **duplica**.

6.52 Se hallan, consecutivamente, el 28% y el 43% de una determinada cantidad. ¿Qué único porcentaje se podría aplicar a dicha cantidad para obtener el mismo resultado?

$$0,28 \cdot 0,43 = 0,1204$$

6.53 Dadas dos magnitudes, al aumentar los valores de una de ellas, los correspondientes de la otra disminuyen.

¿Puede afirmarse que ambas magnitudes son inversamente proporcionales?

Razona tu respuesta y pon un ejemplo que la confirme.

No, si no lo hacen de forma que al multiplicarse una de ellas por un número, la otra se divida por el mismo número. Por ejemplo, el tiempo empleado en recorrer una distancia y la velocidad si esta no es constante.

6.54 Un arquitecto dibuja el plano de una casa a escala 1:45.

¿En qué porcentaje se han reducido las medidas reales de la casa para trazar el plano?

$$\frac{1}{45} = \frac{2,22}{100} \Rightarrow \text{En el } 2,22\%$$

6.55 Supón que una determinada cantidad de dinero se deposita en un banco al mismo interés compuesto durante un año.

¿Qué resultará más beneficioso, un interés diario, mensual, trimestral, semestral o anual?

$$\text{Mensual: } C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^{12}$$

$$\text{Trimestral: } C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{400}\right)^4$$

$$\text{Semestral: } C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{200}\right)^2$$

Comparando las bases mensuales y trimestrales: $\frac{r}{1200} < \frac{r}{400} \Rightarrow$ Dividiendo entre r , que es positivo:

$$\frac{1}{1200} < \frac{1}{400} \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{1200}\right)^{12} > \left(1 + \frac{1}{400}\right)^4 \Rightarrow 1,010045 > 1,010037. \text{ Por tanto, es mejor mensual.}$$

Comparando las bases mensuales y semestrales: $\frac{r}{400} < \frac{r}{200} \Rightarrow$ Dividiendo entre r , que es positivo:

$$\frac{1}{400} < \frac{1}{200} \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{400}\right)^4 > \left(1 + \frac{1}{200}\right)^2 \Rightarrow 1,010037 > 1,010025.$$

Por tanto, la opción más beneficiosa es la mensual.

PROBLEMAS PARA APLICAR

6.56 Alicia ha estado enferma y ha necesitado cuidados durante 5 meses. Ha decidido repartir 4000 euros que tenía ahorrados entre las tres personas que la atendieron durante su convalecencia de forma directamente proporcional al tiempo que estuvieron con ella.

La primera persona la acompañó durante un mes y medio; la segunda, durante dos meses y medio, y el resto del tiempo estuvo con ella la tercera.

¿Cuánto le dará a cada una de ellas?

$$\frac{x}{1,5} = \frac{y}{2,5} = \frac{z}{1} = \frac{4000}{5} \Rightarrow x = 1200 \text{ €}; y = 2000 \text{ €}; z = 800 \text{ €}$$

6.57 Al solicitar un préstamo de 12 000 euros para comprar un coche, Lucía ha estudiado estas tres opciones.

- a) El banco le ofrece un interés simple anual del 3,2%.
- b) El concesionario le presenta un interés compuesto semestral del 1,5%.
- c) Una empresa de dinero fácil le garantiza un interés compuesto del 2,6% anual.

Si en los tres casos saldara su deuda en 4 años, ¿qué opción sería más conveniente para Lucía?

$$\begin{aligned} \text{a) } C &= 12\,000 \cdot (1 + 4 \cdot 0,032) = 13\,536 & \text{b) } C &= 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{1,5}{200}\right)^8 = 12\,739,19 \\ \text{c) } C &= 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,6}{100}\right)^4 = 13\,297,52 & & \text{La más conveniente es la opción a.} \end{aligned}$$

6.58 En un videoclub se han alquilado 65 películas durante el primer fin de semana de julio, de las cuales 27 fueron comedias.

En el primer fin de semana de agosto se alquilan 18 comedias de un total de 52 películas.

¿En cuál de los dos fines de semana fue mayor el porcentaje de comedias alquiladas?

$$\frac{27}{65} = 41,54\% \quad \frac{18}{52} = 34,62\% \quad \text{En el primer fin de semana de julio, el porcentaje de comedias alquiladas fue mayor.}$$

6.59 Una empresa ha pedido presupuesto de una mercancía a un proveedor habitual. El precio real de la misma es de 2350 euros, pero el proveedor le aplicará un 20% de margen y un 3% por su transporte. ¿Cuál será el presupuesto total?

Si finalmente la empresa acepta la oferta y lo paga al contado, el proveedor le hará un descuento del 5%. ¿Cuánto pagaría finalmente la empresa por la mercancía? ¿Cuál sería el porcentaje final aplicado al precio inicial?

$$0,2 \cdot 0,03 \cdot 2350 = 14,1 \Rightarrow 2350 + 14,1 = 2364,10 \text{ € será el presupuesto total.}$$

$$0,95 \cdot 2364,1 = 2245,90 \text{ € pagaría por la mercancía.}$$

$$2350 - 2245,90 = 104,10 \Rightarrow \frac{104,10 \cdot 100}{2350} = 4,43\% \text{ de descuento fue el porcentaje final aplicado.}$$

6.60 Miranda, Juan, Gabriel y María van a viajar de Madrid a París. Conducirán todos, de modo que el número de kilómetros que haga cada uno sea directamente proporcional al tiempo que hace que obtuvieron el permiso de conducir.

Miranda lo consiguió hace 7 años; Juan, 6; Gabriel, 9, y María, que es la más novata, hace 8 meses.

Si en total recorrerán 1200 kilómetros, ¿cuántos kilómetros conducirá cada uno?

$$\frac{x}{84} = \frac{y}{72} = \frac{z}{108} = \frac{t}{8} = \frac{1200}{272} \Rightarrow x = 370,59 \text{ km conducirá Miranda; } y = 317,64 \text{ km conducirá Juan;}$$

$$z = 476,47 \text{ km conducirá Gabriel; } t = 35,29 \text{ km conducirá María.}$$

6.61 En el año 2000, la población mundial era de 6000 millones de personas, aproximadamente.

La tasa de natalidad ese año fue del 24‰, y la tasa de mortalidad, del 9,10‰.

Atendiendo a estos datos, ¿cuál fue el número de habitantes en el año 2001?

$$6000 \cdot 0,24 = 1440 \text{ millones de personas aumentó la población.}$$

$$6000 \cdot 0,091 = 546 \text{ millones de personas disminuyó la población.}$$

$$\text{En total, } 6000 + 1440 - 546 = 6894 \text{ millones de habitantes hubo en 2001.}$$

6.62 Una de las recomendaciones para ahorrar agua es no utilizar el inodoro como cubo de basura, porque cada vez que se vacía la cisterna se consumen entre 6 y 12 litros de agua.

Javier contó el número de veces que se vacía la cisterna en su casa cada día durante una semana y obtuvo una media de 15 veces diarias, de las cuales 6 eran innecesarias.

¿Qué porcentaje de agua al día se gasta innecesariamente como media en casa de Javier?

¿Cuántos litros de agua corresponden a esa media?

$$x = \frac{6 \cdot 100}{15} = 40\% \text{ de agua al día se gasta innecesariamente.}$$

$$40\% \text{ de } 6 = 2,4$$

$$40\% \text{ de } 12 = 4,8$$

Equivale a un gasto innecesario de agua de entre 2,4 y 4,8 litros diarios.

6.63 En una entidad bancaria, Jaime y Lola han pedido un préstamo de 25 000 euros que quieren pagar en 4 años. Según el interés compuesto que les ofrece el banco, al final habrán pagado 30 853,36 euros.

En otro banco les garantizan el préstamo a un interés medio punto menor en el mismo tiempo.

Calcula el interés que les cobra cada una de las entidades.

$$30\,853,36 = 25\,000 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4 \Rightarrow \left(1 + \frac{r}{100}\right)^4 = \frac{30\,853,36}{25\,000} = 1,234 \Rightarrow 1 + \frac{r}{100} = \sqrt[4]{1,234} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = 100 \cdot (\sqrt[4]{1,234} - 1) = 5,4\%.$$

El otro banco le ofrece medio punto menos, el 4,9%.

REFUERZO

Magnitudes y repartos directamente proporcionales

6.64 Completa las siguientes tablas y calcula la razón de proporcionalidad en cada caso.

a)

Peso de las almendras (gramos)	100	300	400	800
Precio (€)	12,5	37,5	50	100

$$r = \frac{100}{12,5}$$

b)

Gasolina consumida (l)	40	20	12	1
Distancia recorrida (km)	600	300	180	15

$$r = \frac{1}{15}$$

6.65 Reparte 22 000 de forma directamente proporcional a los siguientes números.

a) 4 y 6

b) 12 y 18

c) 2, 3 y 4

d) 5, 10 y 20

a) $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{22\,000}{10} \Rightarrow x = 8800; y = 13\,200$

b) $\frac{x}{12} = \frac{y}{18} = \frac{22\,000}{30} \Rightarrow x = 8800; y = 13\,200$

c) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{22\,000}{9} \Rightarrow x = 4888,89; y = 7333,33; z = 9777,78$

d) $\frac{x}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z}{20} = \frac{22\,000}{35} \Rightarrow x = 3142,86; y = 6285,71; z = 12\,571,43$

Porcentajes

6.66 Realiza los siguientes cálculos:

a) El 36% de 1045.

b) El tanto por ciento que hay que aplicar a 84 para que se incremente en 16,8 unidades.

c) La cantidad cuyo 95% es 513.

a) $x = 0,36 \cdot 1045 = 376,2$

b) $x = \frac{16,8 \cdot 100}{84} = 20\%$

c) $x = \frac{513 \cdot 100}{95} = 540$

6.67 Calcula el 60% del 35% de 218 000.

¿Se consigue el mismo resultado que si se calcula el porcentaje que se obtiene al sumar los dos anteriores? ¿Y el que resulta de multiplicarlos?

$$0,6 \cdot 0,35 \cdot 218\,000 = 45\,780$$

$$60 + 35 = 95 \Rightarrow 0,95 \cdot 218\,000 = 20\,710. \text{ No se obtiene el mismo resultado.}$$

$$0,6 \cdot 0,35 = 0,21. \text{ En este caso sí se obtiene el mismo resultado.}$$

6.68 El presupuesto de una cocina es de 7200 euros. En la factura hay que añadir el 16% de IVA. Del importe final, los clientes deben pagar un 40% antes de empezar a fabricarla, y el resto, una vez terminada. ¿Qué cantidad han de pagar al finalizar el trabajo?

$$7200 \cdot 1,16 = 8352 \text{ € será el precio de la factura.}$$

Como hay que pagar el 40% antes de empezar el trabajo, al terminar se pagará el 60%.

$$0,6 \cdot 8352 = 5011,2 \text{ € habrá que pagar entonces.}$$

Cálculo de intereses

6.69 Calcula el interés que producen 2150 euros depositados en un banco que ofrece un 1,8% de interés simple anual en los siguientes casos.

a) Después de 3 años.

b) Después de 4 meses.

c) Al cabo de 500 días.

$$a) i = 2150 \cdot 3 \cdot 0,018 = 116,10 \text{ €}$$

$$b) i = 2150 \cdot 4 \cdot \frac{0,018}{12} = 12,90 \text{ €}$$

$$c) i = 2150 \cdot 500 \cdot \frac{0,018}{365} = 53,01 \text{ €}$$

6.70 Repite los cálculos del ejercicio anterior para el caso en que el interés sea compuesto.

$$a) C = 2150 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{100}\right)^3 = 2268,20 \Rightarrow i = 118,2$$

$$b) C = 2150 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{1200}\right)^4 = 2162,93 \Rightarrow i = 12,93$$

$$c) C = 2150 \cdot \left(1 + \frac{1,8}{3600}\right)^{500} = 2760,48 \Rightarrow i = 610,48$$

6.71 Halla el interés simple anual que una entidad bancaria cobra por un préstamo de 3000 euros en los casos siguientes:

a) En 2 años, los intereses son de 270 euros.

b) En 5 meses, los intereses son de 23,75 euros.

$$a) 270 = 3000 \cdot 2 \cdot \frac{r}{100} \Rightarrow i = 4,5\%$$

$$b) 23,75 = 3000 \cdot 5 \cdot \frac{r}{1200} \Rightarrow i = 1,9\%$$

6.72 Calcula el capital final que tendrá una persona después de 12 años al depositar 500 euros a un interés compuesto del 2,5% anual.

$$C = 500 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^{12} = 672,44 \text{ euros}$$

Magnitudes y repartos inversamente proporcionales

6.73 Estudia si son inversamente proporcionales las magnitudes A y B dadas en las siguientes tablas.

a)

A	1	2	4	8
B	84	42	21	10,5

b)

A	1	3	6	9
B	180	60	30	20

a) $1 \cdot 84 = 2 \cdot 42 = 4 \cdot 21 = 8 \cdot 10,5$. Son inversamente proporcionales.

b) $1 \cdot 180 = 3 \cdot 60 = 6 \cdot 30 = 9 \cdot 20$. Son inversamente proporcionales.

6.74 Reparte 8500 de forma inversamente proporcional a los siguientes números.

a) 1 y 2

c) 1, 4 y 8

b) 3 y 6

d) 2, 4 y 6

$$a) k + \frac{1}{2}k = 8500 \Rightarrow \frac{3}{2}k = 8500$$

$$k = 5666,67$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5666,67 = 2833,33$$

$$c) k + \frac{1}{4}k + \frac{1}{8}k = 8500 \Rightarrow \frac{11}{8}k = 8500$$

$$k = 6181,82$$

$$\frac{1}{4} \cdot 6181,82 = 1545,46$$

$$\frac{1}{8} \cdot 6181,82 = 772,73$$

$$b) \frac{1}{3}k + \frac{1}{6}k = 8500 \Rightarrow \frac{3}{6}k = 8500$$

$$k = 17000$$

$$\frac{1}{3} \cdot 17000 = 5666,67$$

$$\frac{1}{6} \cdot 17000 = 2833,33$$

$$d) \frac{1}{2}k + \frac{1}{4}k + \frac{1}{6}k = 8500 \Rightarrow \frac{11}{12}k = 8500$$

$$k = 9272,73$$

$$\frac{1}{2} \cdot 9272,73 = 4636,37$$

$$\frac{1}{4} \cdot 9272,73 = 2318,18$$

$$\frac{1}{6} \cdot 9272,73 = 1545,46$$

AMPLIACIÓN

6.75 Completa las tablas conociendo la razón de proporcionalidad de las magnitudes relacionadas.

a) $r = 0,375$

x	3	$\frac{x}{18} = 0,375 \Rightarrow x = 6,75$
y	$\frac{3}{y} = 0,375 \Rightarrow y = 8$	18

b) $r = 2,5$

x	$\frac{x}{6} = 2,5 \Rightarrow x = 15$	25
y	6	$\frac{25}{y} = 2,5 \Rightarrow y = 10$

6.76 El 40% del 70% de x es 600,6. Halla x.

$$0,4 \cdot 0,7 \cdot x = 600,6 \Rightarrow x = 2145$$

6.77 ¿Qué porcentaje hay que aplicar al 65% de 3140 para obtener 551,07?

$$0,65 \cdot 3140 = 2041$$

$$\frac{x}{100} \cdot 2041 = 551,07 \Rightarrow x = 27\%$$

6.78 Calcula el tiempo por el que se ha contratado una oferta bancaria si por depositar 5000 euros se han obtenido unos intereses de 624,32 euros al 4% de interés compuesto.

$$5000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^t - 5000 = 624,32 \Rightarrow \left(1 + \frac{4}{100}\right)^t = \frac{624,32 + 5000}{5000} \Rightarrow \left(1 + \frac{4}{100}\right)^t = 1,125 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,04^t = 1,125 \Rightarrow t = 3 \text{ años}$$

6.79 Después de 450 días a un interés compuesto del 6,2% anual, la cantidad que figura en una cartilla de ahorros es de 2698,57 euros.

a) ¿Cuál ha sido el capital inicial?

b) ¿Qué interés hubiera sido necesario, durante el mismo tiempo, para que al final hubiera 3000 euros?

c) Si se quisiera duplicar los 2698,57 euros en la mitad de tiempo a partir de ahora, ¿qué interés debería ofrecer el banco?

$$a) 2698,57 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{6,2}{36\,000}\right)^{450} \Rightarrow C_0 = \frac{2698,57}{1,081} = 2496,36 \text{ €}$$

$$b) 3000 = 2496,36 \cdot \left(1 + \frac{i}{36\,000}\right)^{450} \Rightarrow \left(1 + \frac{i}{36\,000}\right)^{450} = 1,201749 \Rightarrow 1 + \frac{i}{36\,000} = 1,00040848$$

$$\Rightarrow \frac{i}{36\,000} = 0,00040848 \Rightarrow i = 14,71\%$$

$$c) 5397,14 = 2698,57 \cdot \left(1 + \frac{i}{36\,000}\right)^{225} \Rightarrow \left(1 + \frac{i}{36\,000}\right)^{225} = 2 \Rightarrow 1 + \frac{i}{36\,000} = 1,003085404$$

$$\Rightarrow \frac{i}{36\,000} = 0,003085404 \Rightarrow i = 111,07\%$$

6.80 Con el fin de obtener dinero para el viaje de fin de curso, 5 amigos deben montar unas cajas de regalos. Han tardado 4 horas en hacer 50 cajas.

Como deben montar 300 cajas y solo disponen de dos horas más, ¿cuántos compañeros más deben participar para conseguir el objetivo?

5 amigos ————— 4 h ————— 50 cajas

x amigos ————— 6 h ————— 300 cajas

$$\frac{x}{5} = \frac{4}{6} \cdot \frac{300}{50} \Rightarrow x = 20 \text{ amigos deben participar en total. Por tanto, 15 compañeros más.}$$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

6.81 Subida de precios

El gobierno de cierto país publica la siguiente tabla de índices con la que expresa la subida de precios de los productos de sus mercados.

2005	2006	2007	2008	2009
100	104	108	112	115

Al observar la tabla, se desprende que un artículo que en 2005 precisó 100 unidades monetarias para su compra, en 2006 necesitó 104 unidades, y en 2009, 115 unidades monetarias.

a) En el año 2005, una vivienda costó 150 000 unidades monetarias. Calcula su precio en los años 2006, 2007, 2008 y 2009.

b) En 2007, un ordenador costaba 650 unidades monetarias. ¿Cuánto costará un ordenador del mismo tipo en 2009?

c) Considerando el período de 2006 a 2009, ¿en qué año de este intervalo subieron más los precios con respecto a los del año anterior?

d) ¿Consideras que en 2005 subieron mucho o poco los precios?

a)

2005	2006	2007	2008	2009
150 000	156 000	162 000	168 000	172 500

b) $650 \cdot \frac{115}{108} \approx 692$ unidades monetarias

c) Observando los cocientes:

$$\frac{104}{100} = 1,04; \quad \frac{108}{104} = 1,038; \quad \frac{112}{108} = 1,037; \quad \frac{115}{112} = 1,027$$

Se aprecia que el año que sufrió una mayor alza en los precios fue 2006.

d) No se puede saber, ya que no se conocen los datos del año anterior.

6.82 Reparto justo

En una carrera se ofrece un premio de 680 euros para repartir entre los tres primeros clasificados.

El comité organizativo ha aprobado los siguientes criterios:

- El primer clasificado debe recibir más dinero que el segundo, y el segundo, más que el tercero.
- Cuantas más horas de entrenamiento certificadas por el inspector de la carrera, mayor premio se debe recibir.

La tabla siguiente muestra el resultado de la prueba:

Corredor	Puesto	Entrenamiento
A	2.º	4
B	1.º	2
C	3.º	5

Finalmente, se decide que la cantidad a recibir sea directamente proporcional al cociente entre las horas de entrenamiento y el puesto conseguido.

Calcula cuánto dinero obtendrá cada corredor y comprueba si se han cumplido los criterios aprobados por el comité.

Se trata de un reparto proporcional a $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{2}{1} = 2$, y $\frac{5}{3}$

Los corredores A y B reciben cada uno $\frac{680}{2 + 2 + \frac{5}{3}} \cdot 2 = 240$ euros.

El C recibe $\frac{680}{2 + 2 + \frac{5}{3}} \cdot \frac{5}{3} =$ euros.

Si se hubieran seguido los criterios iniciales, hubiera habido un conflicto de intereses ya que, según el primer criterio, el corredor B debería haber recibido una cantidad mayor, mientras que según el segundo criterio el mayor premio debería haber sido para el corredor C.

AUTOEVALUACIÓN

6.A1 Calcula la constante de proporcionalidad y completa la tabla correspondiente a dos magnitudes directamente proporcionales.

$$k = \frac{5}{60}$$

A	1	2	5	6
B	12	24	60	72

6.A2 Indica si las siguientes magnitudes son directa o inversamente proporcionales y calcula la constante de proporcionalidad.

a)

A	63	42	21
B	18	12	6

b)

C	160	40	20
D	16	64	128

a) Son directamente proporcionales porque: $\frac{63}{18} = \frac{42}{12} = \frac{21}{6} \Rightarrow k = 3,5$.

b) Son inversamente proporcionales porque: $160 \cdot 16 = 40 \cdot 64 = 20 \cdot 128 \Rightarrow k = 2560$.

6.A3 Calcula x en los siguientes casos:

a) x es el 8% del 17% de 3300.

b) El 64% de x es 140,80.

c) El x% de 1600 es 576.

a) $x = 0,08 \cdot 0,17 \cdot 3300 = 44,88$

b) $x = \frac{140,80 \cdot 100}{64} = 220$

c) $x = \frac{576 \cdot 100}{1600} = 36\%$

6.A4 Halla el importe del alquiler mensual de una vivienda por la que se pagaban 640 euros sabiendo que ha subido un 12%.

$$640 \cdot 1,12 = 716,80 \text{ € se paga actualmente.}$$

6.A5 ¿Cuánto costará una lavadora de 425 euros que, por ser la de exposición, se encuentra rebajada un 18%?

$$425 \cdot 0,82 = 348,50 \text{ € costará después del descuento.}$$

6.A6 Con 2 litros de leche, César puede alimentar a sus cachorros durante 6 días. ¿Para cuántos días tendrá comida si compra una caja de 5 litros de leche?

$$\begin{array}{l} 2 \text{ l de leche} \text{ ————— } 6 \text{ días} \\ 5 \text{ l de leche} \text{ ————— } x \text{ días} \end{array} \quad x = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ días}$$

6.A7 Un empresario decide repartir unos beneficios de 4800 euros entre sus tres empleados de forma directamente proporcional al tiempo que llevan trabajando en la empresa: 2, 6 y 12 años. ¿Qué cantidad le corresponderá a cada uno?

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{z}{12} = \frac{4800}{20} \Rightarrow x = 480 \text{ € para el que lleva 2 años en la empresa.}$$

$$y = 1440 \text{ € para el que lleva 6 años.}$$

$$z = 2880 \text{ € para el más antiguo.}$$

6.A8 En un concurso de poesía se van a repartir 3300 euros entre los tres participantes con mejor puntuación. El reparto será de manera inversamente proporcional al lugar que ocupen en la clasificación. Calcula la cantidad que recibirá cada uno de ellos.

$$k + \frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k = 3300 \Rightarrow \frac{11}{6}k = 3300 \Rightarrow k = 1800 \text{ euros}$$

El primer clasificado se lleva 1800 €.

$$\text{El segundo: } \frac{1}{2} \cdot 1800 = 900 \text{ €.}$$

$$\text{El tercero: } \frac{1}{3} \cdot 1800 = 600 \text{ €.}$$

6.A9 Leo ha prestado 15 000 euros a un amigo, el cual se los devolverá en 16 meses con un interés simple del 0,3% anual. Halla la cantidad total que recibirá Leo.

$$C = 15\,000 \cdot \left(1 + 16 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{0,3}{100}\right) = 15\,060 \text{ € recibirá Leo.}$$

6.A10 Calcula el interés que producen 2800 euros a un interés compuesto del 1,6% durante 5 años.

$$C = 2800 \cdot \left(1 + \frac{1,6}{100}\right)^5 = 3031,28 \text{ €}$$

$$i = 3031,28 - 2800 = 231,28 \text{ € de interés}$$

M A T E M Á T I C A S

DIN A5

Al fotocopiar un folio A4 con una reducción del 71% pasa a ser un A5 (cuartilla). ¿Cuánto miden ahora su largo y su ancho? ¿En qué proporción se ha reducido su área?

Un folio A4 mide 21 centímetros de ancho y 29,7 centímetros de alto. Si reducimos un 71% estas dimensiones, se transformarán en:

$$\text{Ancho: } 21 \times 0,71 = 14,9 \text{ centímetros.}$$

$$\text{Alto: } 29,7 \times 0,71 = 21 \text{ centímetros.}$$

El área de un folio A4 = $21 \times 29,7 = 624 \text{ cm}^2$, y el de una cuartilla A5 = $14,9 \times 21 = 312 \text{ cm}^2$. Esto quiere decir que A5 es la mitad de A4.