Ejercicios Desarrollados

EJERCICIOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES

1. Tasa de interés.

¿Cuál será la tasa de interés aplicada al prestar $1.000 hoy, para cancelar $1.200 al final de 1 año?

Definiendo la tasa de interés como "i" se tendría:

$$i = (1200 - 1000) / 1000$$

$$= 0.2 \text{ ó } 20\%$$

La respuesta se puede dar en forma porcentual o decimal como se prefiera. Se pagarán entonces $200 por intereses, y el interés será el 20%. Cuando estamos evaluando un proyecto, al tomar la decisión, se debe tener un punto de comparación (interés mínimo) a partir del cual, el interés de una alternativa será atractivo ó no.

---

2. Interés Simple.

¿Qué cantidad de dinero se poseerá después de prestar $1.000 al 30% de interés simple anual durante dos años?

....|________________________|________________|

$1.000...........................$1.000 + $300 ....$1.000 + $300 + $300

Al final del primer año se tiene los $1.000 más los $300 por interés; y al final del segundo año se tendrá los $1.000 iniciales, $300 por interés del primer año y $300 por interés del segundo año ($1.600).

---

3. Interés Compuesto.

¿Qué cantidad de dinero se poseerá después de prestar $1.000 al 30% de interés compuesto anual durante dos años?

....|________________________|________________|

$1.000...........................$1.000 + $300 ....$1.300 + $390

Al final del primer año se tiene $1.300. Para el segundo año el cálculo será sobre los $1.300 que se poseen al comienzo del periodo, y no solo sobre los $1.000 iniciales; por tanto los intereses causados en el segundo año son:

Primer año = $1.000 x 0.30 = $300
Segundo año = $1.300 x 0.30 = $390
Suma final = $1.300 + $390 = $1.690

EJERCICIOS DINERO, TIEMPO Y RELACIONES DE EQUIVALENCIA

ARRIBA

Valor del Dinero a través del Tiempo

Ejemplo 1. Se dispone de 1'000.000 de pesos el cual se deposita en una entidad financiera que le pagará un interés mensual del 2.5% sobre la cantidad inicial acumulada cada mes. ¿Cuánto se tendrá al final de 1 año?

DATOS :

P=1'000.000
i= 2.5% mensual
n= 12 meses
F= ?

Aplicando la fórmula F = P * (1+i)^n
F=1'000.000 (1+0.025)^12
F = 1'344.888,82

Ejemplo 2. ¿Cuánto deberá depositarse hoy en una entidad financiera que paga un interés trimestral del 8.5%, para tener $4'000.000 dentro de 2 años?

DATOS :

F= $4'000.000
i= 8.5% trimestral
n= 8 trimestres (2 años)
P=?

P = F * (1+i)^(-n)
P= 4'000.000 (1+0.085)^(-8)
P= 2'082.677,79

Ejemplo 3. Una entidad financiera ofrece que, por cualquier monto que se le entregue, devolverá el doble al cabo de 30 meses. ¿Qué interés está pagando?

DATOS :

P = Cantidad inicial
F = 2P (Cantidad final)
n = 30 meses
i = ?

Utilizando la fórmula i = (F/P)^(1/n) - 1
2P = P (1+i)^30
2 = (1+i)^30
i= 0.023 (2.3% mensual)

Ejemplo 4. ¿Cada cuánto se duplica el dinero invertido al 2%?

DATOS :

P= Cantidad inicial
F= 2P (cantidad duplicada)
n=?

n = [log(F/P)] / (log(1+i))
2P = P * (1+0.02)^n
Log 2 = n*Log(1.02)
n = 35 periodos de tiempo

Ejemplo 5 Se invierte $2.000.000 al inicio del año 2006 a una tasa anual del 10%; ¿Cuánto se habrá acumulado al final del año 2009?

DATOS:

P=2'000.000

i2= 10% anual

n= 4 Años

F= ?

Aplicando la fórmula $F = P * (1+i)^n$

F = 2'928.200

Ejemplo 6 Al inicio de su carrera universitaria su padre decidió regalarle un monto suficiente para que al finalizar sus estudios (5 años) disponga de 5'000.000 para iniciar estudios de postgrado. Si el dinero es depositado en una cuenta que paga un interés trimestral del 2%; ¿Cuánto será el valor del monto?

DATOS:

F= $5'000.000

i= 2% trimestral

n= 20 trimestres (5 años)

P=?

P = F * (1+i)^(-n)

P= 3'364.856,66

.Ejemplo 7 Un banco promete a sus clientes entregar el doble del dinero depositado en un término de 6 años.

- ¿Qué tasa de interés mensual está prometiendo el banco?

DATOS:

P=P

F= 2P

n= 72 Meses (6 Años)

i= ?

$2P = P(1 + i)^{72}$

$i = 0.009673533 = 0.9673533\%$

RESPUESTA: El banco está prometiendo un interés mensual del 0.9673533%

- ¿Qué tasa de interés anual prometiendo el banco?

    DATOS:

    P=P

    F= 2P

    n= 6 Años

    i= ?

$2P = P(1 + i)^6$

$i = 0.122462048 = 12.2462048\%$

RESPUESTA: El banco está prometiendo un interés anual del 12.2462048%

- ¿Cuánto tiempo toma en duplicarse una inversión al 1% mensual?

DATOS:

P=P

F= 2P

2i= 1% Mensual

n= ?

$2P = P(1 + 0.01)^n$

$\text{Log } 2 = n \text{ Log } (1.01)$

$n = 69.66$ meses

RESPUESTA: Al cabo de 67 meses, la inversión se duplicará.

.Ejemplo 8 Un banco promete una tasa efectiva anual del 8%. ¿Cuál será el valor final de una inversión de $2’000.000 durante tres meses?

Para la solución de este problema existen varias alternativas de solución:

- Primera alternativa:

ii= 8% Anual (Se debe convertir este interés de periodo mayor (años) al interés de periodo menor (meses))

m= 12 Meses

i= ?

imensual = 0.00643403

Con este interés trabajamos el problema inicial:

DATOS:

P= 2’000.000

F= ?

imensual = 0.00643403

n= 3 meses

F = 2’000.000 [(1.00643403) ^{3}]

F = 2’038.853,094

- Segunda alternativa:

ii= 8% Anual (Se debe convertir este interés de periodo mayor (años) al interés de periodo menor (trimestre))

m= 4 Trimestre

i=

i trimestral = 0.019426546

Con este interés trabajamos el problema inicial:

DATOS:

P= 2’000.000

F= ?

i trimestral = 0.019426546

n= 1 trimestre

F = 2’000.000 [(1.019426546) ^1]

F= 2’038.853,094

-

<u>Tercera alternativa:</u>

DATOS:

P= 2’000.000

F= ?

i anual = 0.08

n= ¼ (años)

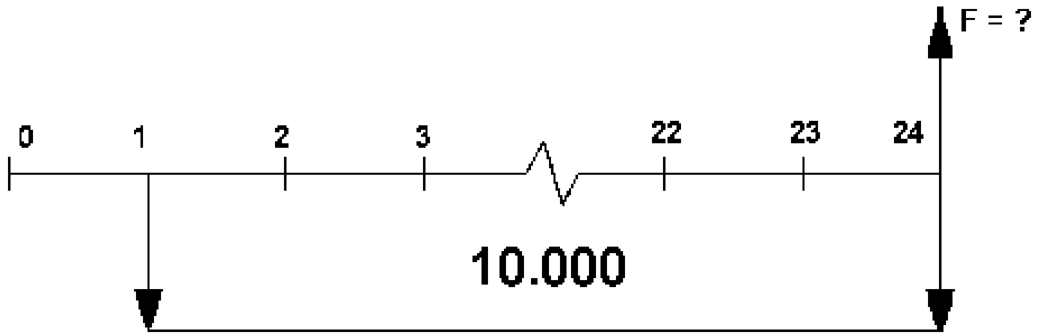
$F = 2'000.000\ [(1.08)^{1/4}]$

F= 2’038.853,094

Relación de Equivalencia entre una Serie Uniforme (A) y un valor Presente (P) situado un Periodo atrás del primer flujo de la serie.

Ejemplo 9. Usted decide ahorrar mensualmente $10.000 los cuales depositará al final de cada mes en una entidad financiera que paga un interés del 2.5% mensual. ¿Cuánto habrá acumulado al cabo de 2 años?

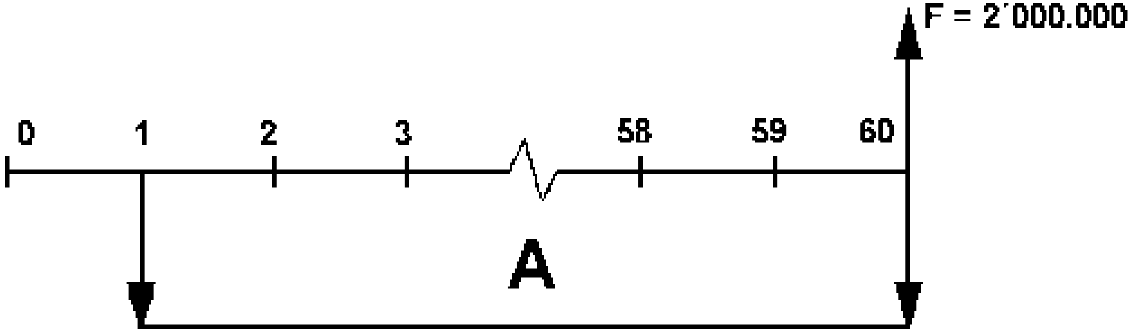
A = $10.000
i = 2.5% mensual
n = 24 meses
F = ?



F= $323.490,38

Ejemplo 10. Cuánto debe ahorrar mensualmente un estudiante que desea reunir $2'000.000 al final de sus 5 años de carrera con el fin de montar su propia empresa, si los ahorros le rentan el 3% mensual?

A = ?
F = 2'000.000
n = 60 meses
i = 3% mensual



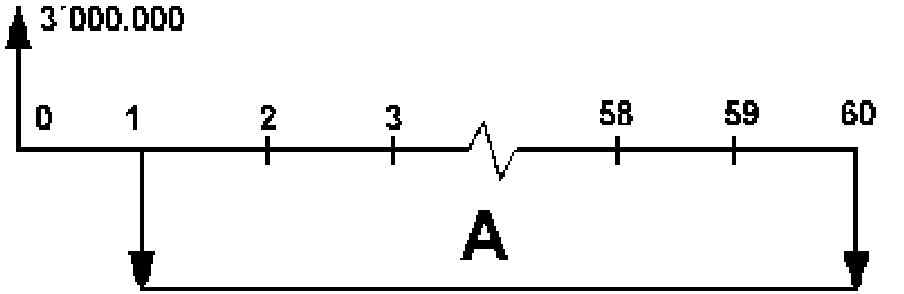
$$A = 2'000.000\left[\frac{0.03}{(1+0.03)^{60}-1}\right]$$

A= 12.265,92

Ejemplo 11. Usted va a comprar un carro que vale $5'000.000 bajo las siguientes condiciones:
cuota inicial: 40%
Saldo financiado a 5 años al 2% mensual con cuotas mensuales iguales.

¿Cuánto pagará mensualmente?

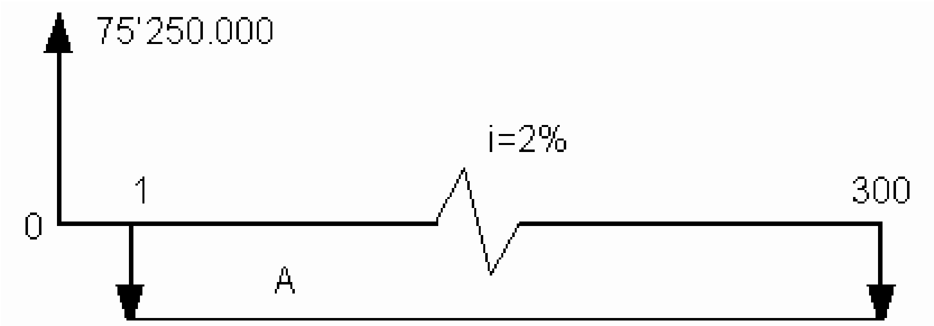
P = $3'000.000
n = 60 meses
i = 2% mensual
A = ?



$$A = 3'000.000\left[\frac{(1+0.02)^{60} * 0.02}{(1+0.02)^{60} - 1}\right]$$

A= $86.303,90

Ejemplo 12. Usted asume una hipoteca a 25 años por $75 250.000, con una tasa de interés mensual del 2%. Piensa ser propietario de la casa durante 4 años y luego venderla, liquidando el préstamo con un pago final. ¿Cuál será el monto de este pago al final de 4 años?. Las cuotas son fijas y deberán ser pagadas mensualmente.



Primero hallamos el valor de la mensualidad:

$A = P [(1 + i)^n i] / [(1 + i)^n - 1]$
$A = 75\ 250.000 [(1 + 0,02)^{300} (0,02)] / [(1 + 0.02)^{300} -1]$
$A = \$1\ 508.968,521$

Ahora hallamos cuánto se ha pagado durante los primeros 4 años:

$F = A [(1 + i)^n - 1] / i$
$F = 1\ 508.968,52 [(1 + 0,02)^{48} - 1] / 0,02$
$F = \$119\ 741.962,6$

Al final de los primeros 4 años se han pagado $ 119 741.962,6

Si llevamos el valor de la hipoteca al periodo 48, podemos restar estos dos valores

$F = P (1 + i)^n$
$F = \$194\ 677.046,5$

El pago que se debe hacer para cancelar la hipoteca es:

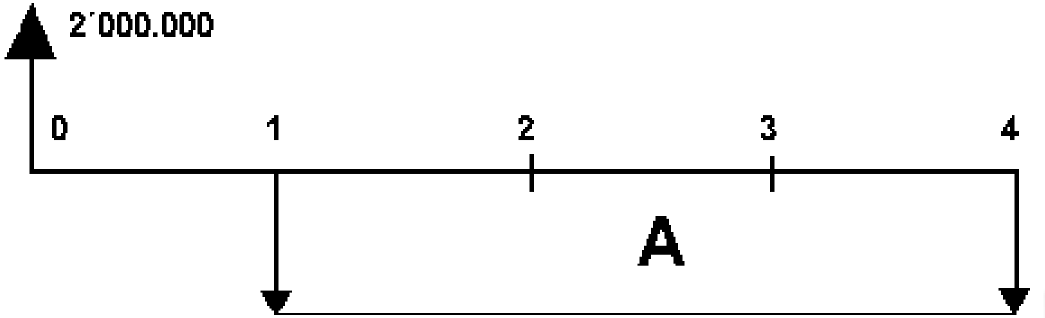
$194 677.046,5 - $119 741.962,5 = $74 935.084

Ejemplo 13. Una empresa requiere $2'000.000, los cuales va a recibir como préstamo bancario con las siguientes condiciones:
Plazo: 1 año

interés: 8% trimestral
Forma de pago: cuotas trimestrales iguales vencidas, las cuales incluyen intereses y abonos a capital.

a. Determine el valor de la cuota.

n = 4 trimestres
i = 8% trimestral
P = 2'000.000
A = ?



A= $603.841,61

b. Ilustre mediante un cuadro periodo a periodo los siguientes conceptos:

- Saldo inicial
- Intereses causados
- Cuota a pagar
- Abono a capital
- Saldo final

PERIODO	SALDO INICIAL	INTERÉS CAUSADO	CUOTA A PAGAR	ABONO A CAPITAL	SALDO FINAL
I	2'000.000	160.000	603.841.61	443.841.61	1'556.158.39
II	1'556.158.39	124.492.67	603.841.61	479.348.94	1'076.809.45
III	1'076.809.45	86.144.76	603.841.61	517.696.85	559.112.60
IV	559.112.60	44.729.01	603.841.61	559.112.60	- 0 -
2'000.000					

Los intereses son causados por el saldo inicial de cada periodo. Los abonos a capital se calculan como la cuota a pagar menos los intereses causados.

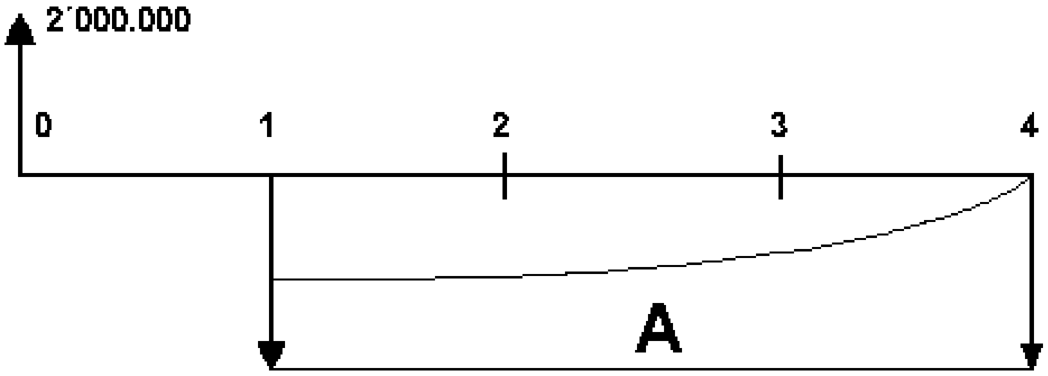
El saldo final se obtiene restando el abono a capital del saldo inicial. Este saldo final será el saldo inicial para el próximo periodo.

c. Compruebe que el total de los abonos a capital es exactamente el préstamo recibido, y que el saldo al final del año es exactamente cero.

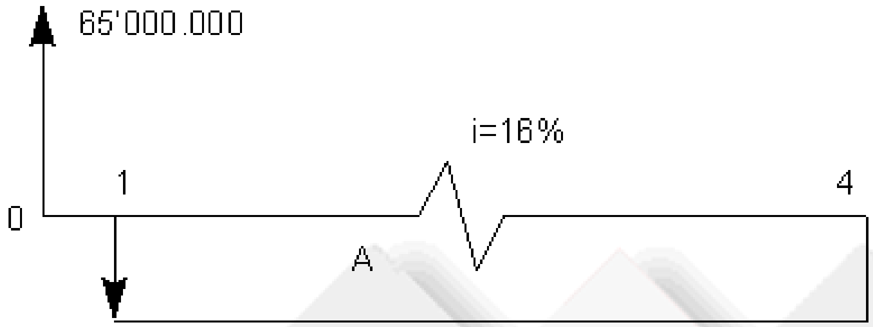
El cuadro nos muestra que la suma de abonos a capital nos da exactamente los $2'000.000 recibidos, y que el saldo al final del año (cuarto periodo) es cero.

d. Analice los saldos periodo a periodo y la relación interés-abono a capital durante los diferentes periodos.

Los saldos van disminuyendo cada periodo más rápidamente, dado que el abono a capital aumenta periodo a periodo, mientras que los intereses sobre el saldo inicial del periodo correspondiente van disminuyendo.



Ejemplo 14.



Para comprar maquinaria usted ha recibido un préstamo de $65 000.000 por dos años, con un interés semestral del 16%, pagadero en cuotas semestrales iguales vencidas las cuales incluyen interés y abonos a capital. Calcule el valor de la cuota y haga un cuadro donde se incluyen abono a capital, interés, saldo inicial y saldo final.

$A = P [(1 + i)^n i] / [(1 + i)^n - 1]$

$A = 65\ 000.000 [(1 + 0{,}16)^4 (0{,}16)] / [(1 + 0{,}16) - 1]$

$A = \$\ 23\ 229.379{,}5159$

Cuadro:

PERIODO	SALDO INICIAL	INTERÉS CAUSADO	CUOTA A PAGAR	ABONO A CAPITAL	SALDO FINAL
1	65 000.000,00	10 400.000,00	23 229.379,51	12 829.379,51	52 170.620,48
2	52 170.620,48	8 347.299,27	23 229.379,51	14 882.080,23	37 288.540,24
3	37 288.540,24	5 966.166,43	23 229.379.51	17 263.213,07	20 025.327,16
4	20 025.327,16	3 204.052,34	23 229.379.51	20 025.327,16	-0-
				65 000.000,0	

Ejemplo 15.Usted ingresa a trabajar con un salario mensual de $5’000.000 y decide ahorrar el 10% del salario durante todo el año.

- ¿ Cuánto habrá acumulado al final del año si los depósitos obtienen un interés mensual del 1%?

DATOS:

A = 500.000

i = 1% mensual

F = ?

F =

F = $6’341.251,507

- ¿ Qué porcentaje del sueldo debería ahorrar si el monto final deseado fuera de $10’000.000

DATOS:

F = 10’000.000

i = 0.01 mensual

n = 12 meses

A =

A = $788.487,8868

El porcentaje de sueldo:

5’000.000 ---------------------- 100%

788.487,8868------------------- X

X = 15.77%

Ejemplo 16. Su empresa obtiene un crédito a corto plazo para capital de trabajo. Si el valor del crédito es $5’000.000, la tasa de interés mensual es del 1.2% y el crédito se pagará en cuotas fijas al final de cada bimestre durante un año, determine el valor de la cuota a pagar y desarrolle una tabla en la que muestre para cada periodo el saldo inicial, el monto de intereses causado, la cuota a pagar, el abono a capital y el saldo final.

Primero que todo, se debe convertir la tasa de interés del periodo menor (mensual) a la tasa de interés del período mayor (bimestral)

ii = = 0.024144

DATOS:

P = 5’000.000

ii bimestral = 0.024144

n = 6 Bimestres

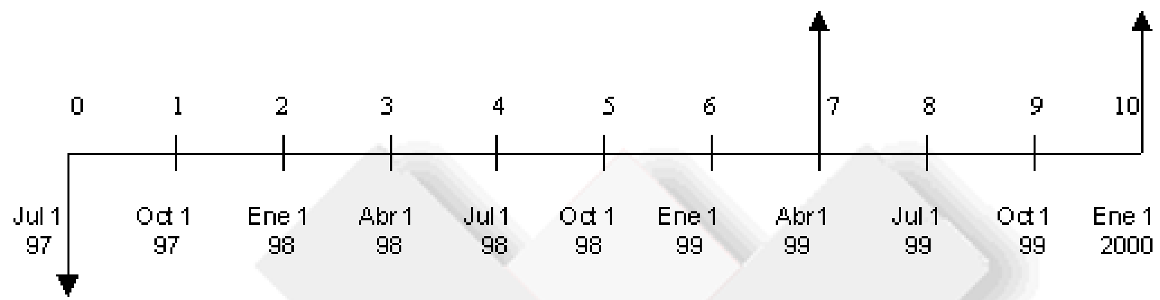
A =

A =

A = 905.152,8588

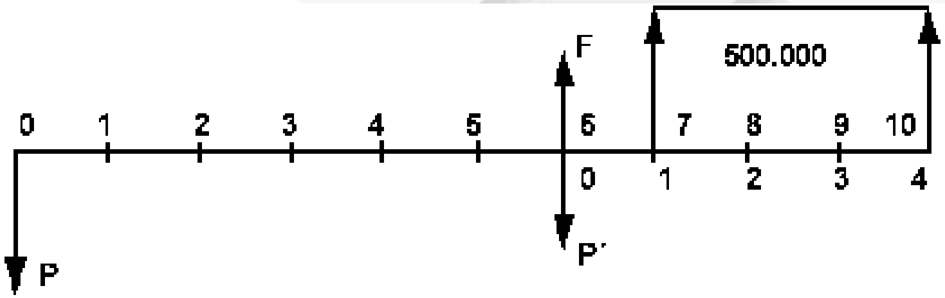
Otra forma de Notación de las Relaciones de Equivalencia

Ejemplo 17. Cuánto deberá invertirse hoy, Julio 1 de 1997 para hacer retiros trimestrales vencidos iguales por $500.000 cada uno durante 1999, si los depósitos obtienen un interés del 8% trimestral?



Existen dos formas de resolver este problema:

a. Utilizando la relación de equivalencia entre la serie uniforme ($500.000) y un valor presente situado un periodo atrás del primer flujo de la serie, en este caso en el periodo 6.



Hasta el momento: P '= A (P/A , i , n) [6]

donde:

P ' : Es el valor equivalente a la serie uniforme A en el punto 6.
A : $500.000
P : Es P'
i : 8% trimestral
n : 4 (porque la serie uniforme es de 4 flujos)

Dado que la serie uniforme queda convertida en un valor presente situado en el periodo 6 (P'), es necesario llevarlo ahora al periodo cero que es el momento en el cual hacemos el depósito.

Para hacer este traslado consideramos a P' como un valor futuro (F) con respecto a P (en el periodo cero), por lo tanto tenemos:

P= P' (P/F,i,n) [2]

donde:

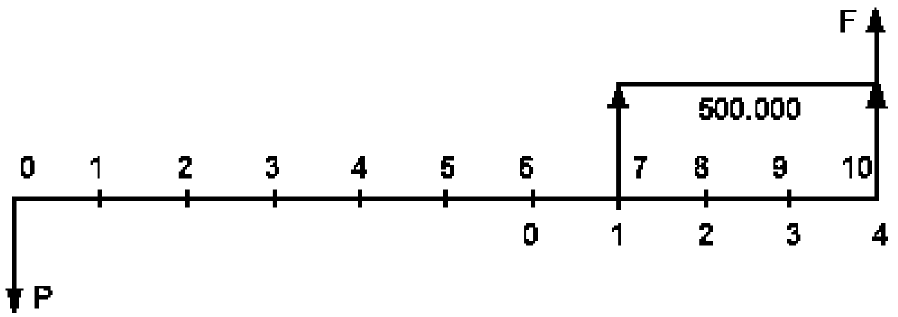
P : Valor equivalente a la serie uniforme A en el periodo cero
P' = A(P/A,i,n)
F = P'
i = 8% trimestral
n = 6 (porque P' está situado exactamente en el periodo 6 y es necesario llevarlo al periodo cero).

En definitiva: P = A (P/A , i , n) (P/F , i , n)

$$P = 500.000\left[\frac{(1+0.08)^4 - 1}{(1+0.08)^4(0.08)}\right] * (1+0.08)^{-6}$$

P = $1'043.600,867

b. Utilizando la relación de equivalencia entre la serie uniforme ($500.000), y un valor futuro situado exactamente al final de la serie, en este caso en el periodo 10.



Hasta el momento: F = A (F/A , i , n) [3]

donde:

F : Es el valor equivalente a la serie uniforme A en el periodo 10
A : $500.000
i : 8% trimestral
n : 4 (porque la serie es de 4 flujos)

Dado que la serie uniforme queda convertida en un valor futuro situado en el periodo 10 (F), es necesario llevarlo al periodo cero, siendo F un valor futuro respecto a P (en el periodo cero).

Entonces : P = F (P/F , i , n)

donde:

P : Valor equivalente a la serie uniforme A en el periodo 0
F : Valor equivalente a la serie uniforme A en el periodo 10

i : 8% trimestral
n : 10 (porque F está situado en el periodo 10 y es necesario llevarlo a cero)

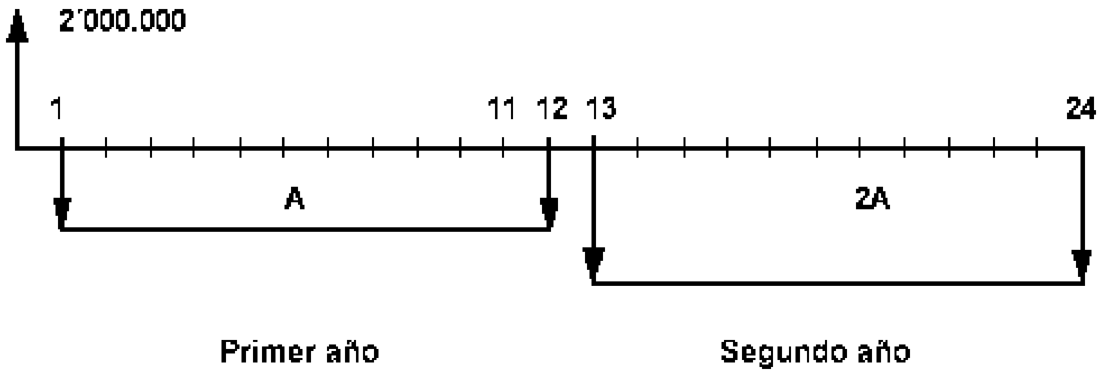
En definitiva : P = A (F/A , i , n) (P/F , i , n)

$$P = 500.000\left[\frac{(1+0.08)^4-1}{(1+0.08)^4(0.08)}\right]*(1+0.08)^{-6}$$

P = $1'043.600,867

Ejemplo 18. Usted recibe un préstamo de $2'000.000, el cual deberá pagar de la siguiente forma:
Plazo : 2 años
Interés : 2.5% mensual
Pagos mensuales vencidos por un valor A durante el primer año, y por un valor 2A durante el segundo año.
Determine el valor de la cuota.

a. Primera forma de solución:



* Llevamos la serie A al periodo cero (P1)
P1= A(P/A,i,n) [6]
P1= A(P/A,2.5%,12)
* Llevamos la serie 2A al periodo 12
P2= 2A(P/A,i,n)
P2= 2A(P/A,2.5%,12)

* Llevamos el valor P2 al periodo cero (P2'). P2 es con respecto a P2' un valor futuro, por tanto:
P2'= P2(P2/F,i,n) [2]
P2'= 2A(P/A,2.5%,12)(P/F,2.5%,12)

* Hacemos P igual al valor equivalente de la serie A (retiros hechos en el primer año) en el periodo cero (P1), más el valor equivalente de la serie 2A (retiros hechos en el segundo año) en el periodo cero.

P= P1+P2'
P= A(P/A,2.5%,12)+2A(P/A,2.5%,12)(P/F,2.5%,12)
2'000.000 = A(10,2577646)+2A(10,2577646)(0,74355585)

A= $78.393,84695

b. Segunda forma de solución

Tenemos dos series, cada una de valor A, la primera con 24 flujos (del 1 al 24), la cual llamaremos serie I y la segunda con 12 flujos (del 13 al 24), que llamaremos serie II.

* Llevamos la serie I al periodo 24 (F1)
F1= A(F/A,i,n)
F1= A(F/A,2.5%,24)

* Llevamos la serie II al periodo 24 (F2)
F2= A(F/A,i,n)
F2= A(F/A,2.5%,12)

* Llevamos F1 al periodo cero (P1)
P1=F1(P/F,i,n)
P1=A(F/A,2.5%,24)(P/F,2.5%,24)

* Llevamos F2 al periodo cero (P2)
P2=F2(P/F,i,n)
P2=A(F/A,2.5%,12)(P/F,2,5%,24)

* Hacemos P igual al valor equivalente de la serie I en el periodo cero (P1), más el valor equivalente de la serie II en el periodo cero (P2)

P=P1+P2
P=(A(F/A,2.5%,24)+A(F/A,2.5%,12))(P/F,2.5%,24)
2'000.000=A(17.885)+A(7.627)

A = $78.394,48

c. Tercera forma de solución

Aplicando el mismo procedimiento, pero esta vez llevando cada una de las series a un valor presente, es decir, llevar la serie I al punto cero; la serie II al punto 12 y luego a valor presente cero. Debemos obtener el mismo resultado.

* Llevando la serie I al periodo cero (P1)
P1=A(P/A,2.5%,24)
P1=17,885A

* Llevando la serie II al periodo 12 (P2)
P2=A(P/A,2.5%,12)
P2=10,2577

* Llevando P2 (tomándolo como F y llevándolo al periodo cero)
P2=F(P/F,2.5%,12)
P2=7,627A

* Hacemos P igual al periodo equivalente de la serie I en el periodo cero(P1),mas el valor equivalente de la serie II en el periodo cero (P2)

P=P1+P2
2'000.000=A(17.885)+A(7.627)

A = $78.394,48

Ejemplo 19.

Usted obtiene un préstamo de $6’000.000 con una tasa de interés mensual del 1.5%. El préstamo lo pagará durante dos años con cuotas bimestrales vencidas que durante el segundo año se incrementan en un 10% respecto a las del primer año.
Determine el valor de las cuotas a pagar.

Lo primero que hacemos es convertir la tasa de interés del periodo menor (meses) a la tasa de interés del periodo mayor (semestres) para aplicar dicho interés a las cuotas semestrales:

Para utilizar la ecuación INGRESOS=EGRESOS; es necesario llevar todos los flujos a un mismo periodo; en este caso se llevarán al periodo 0:

- Anualidad mensual al periodo 0:

P= 33.05238804 A

- Serie 1.1A al periodo 0:

De esta forma se lleva la anualidad al periodo 6, ahora el siguiente paso es llevar ese valor futuro (periodo 6), al periodo 0 que es en el punto donde estoy analizando los flujos.

Así queda la siguiente expresión para la anualidad 1.1ª llevada al periodo 0:

P = 36.35762684 A

Empleando la ecuación INGRESOS= EGRESOS, tenemos:

6’000.000 = 33.05238804 A + 36.35762684 A

A = 86.442,85714

Ejemplo 20.

Usted va a adquirir un carro por un valor de $40’000.000. Actualmente dispone de $5’000.000 y el resto será financiado a 3 años al 1.3% mensual y pagará cuotas mensuales mas cuotas semestrales con sus primas.

Si las cuotas semestrales son por un valor de 1.5 veces las cuotas mensuales; ¿cuál será el valor de las cuotas a pagar?

Lo primero que hacemos es convertir la tasa de interés del periodo menor (meses) a la tasa de interés del periodo mayor (semestres) para aplicar dicho interés a las cuotas semestrales:

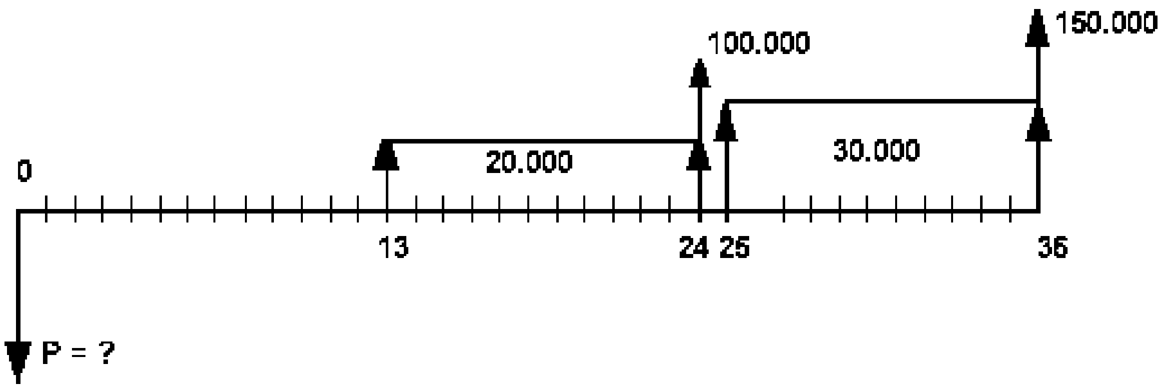
Para utilizar la ecuación INGRESOS=EGRESOS; es necesario llevar todos los flujos a un mismo periodo; en este caso se llevarán al periodo 0:

- Anualidad mensual al periodo 0:

- Anualidad Semestral al periodo 0:

- Aplicando INGRESOS=EGRESOS en el periodo 0 se tiene:

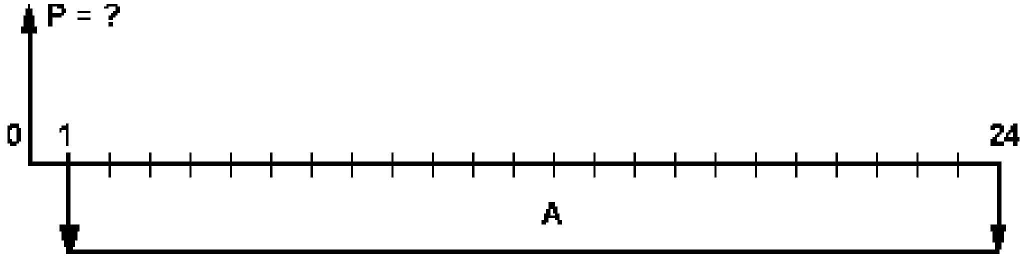
Ejemplo 21. Usted requiere saber de cuánto dinero debe disponer hoy Enero 1 de 1997, generando un interés del 2% mensual para poder hacer retiros mensuales vencidos durante 1998 de $20.000 cada uno, al final del 98 $100.000 adicionales; durante 1999 $30.000 mensuales, y al final del 99 $150.000 adicionales.



P=[100.000+20.000(F/A,2%,12)](P/F,2%,24)+ [150.000+30.000(F/A,2%,12)](P/F,2%,36)

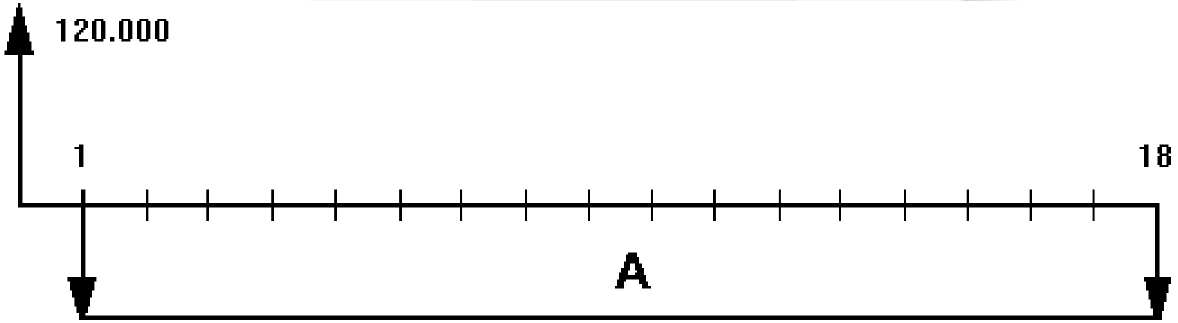
P = $ 499.724,79

Ejemplo 22. Usted va a comprar un equipo de sonido en un almacén de electrodomésticos, el cual ofrece un crédito cooperativo al 2.5% mensual. La forma de pago será cuotas mensuales vencidas iguales durante 2 años. Al cabo de 6 meses se podría finalizar la deuda cancelando el saldo, el cual sería de $120.000. Cuál es el valor de compra del equipo de sonido?



Posibles formas de pago:

* P= A(P/A,2.5%,24)

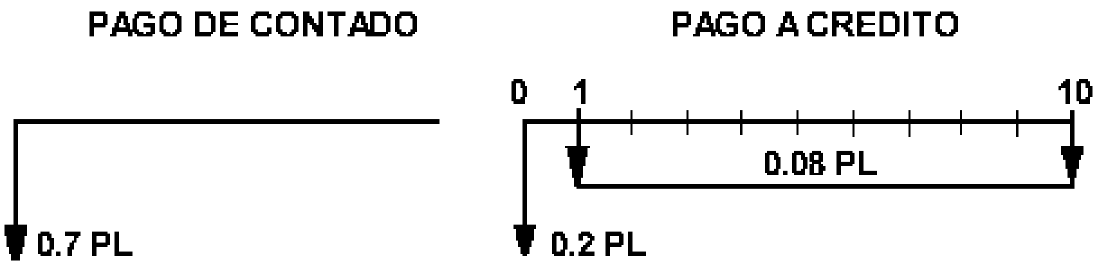


120.000= A(P/A,2.5%,18)
120.000= A(14,353363)
A= $8.360,41

Reemplazando el valor de A en *:
P= 8.360,41(P/A,2.5%,24)

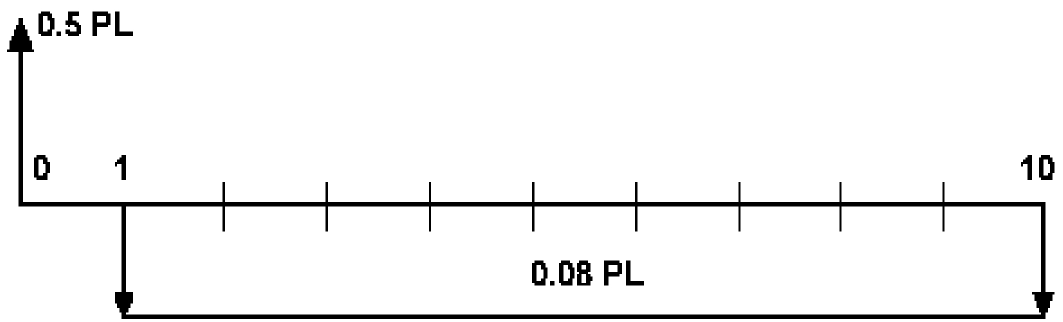
P = $149.525,81

Ejemplo 23. Un almacén vende cualquiera de sus electrodomésticos de contado o a crédito. Si es de contado, el valor pagado es el precio de lista menos un 30% de descuento. Si es a crédito, debe cancelarse como cuota inicial el 20%, y el resto se pagará en 10 meses con cuotas iguales cada una de ellas por un valor igual al 80% del precio en lista dividido por 10. ¿Cuál es el interés real mensual de comprar a crédito?



PL: Precio de lista

Hallando el flujo neto equivalente a la diferencia entre las dos formas de pago tenemos:



Donde 0.5 PL representa el dinero que realmente esta siendo financiado ya que a crédito de todas formas debe darse 0.2 PL como cuota inicial y si el comprador dispusiera de 0.5 PL adicionales completaría el precio de compra de contado que es 0.7 PL y se evitaría el pago de las diez cuotas adicionales. En otras palabras, el comprador paga diez cuotas mensuales equivalentes al 8% del precio de lista a cambio de no tener que pagar hoy un 50% del precio de lista (precio de contado menos cuota inicial), lo que puede ser interpretado como un préstamo.

0.7PL=0.2PL + 0.08PL(P/A,i%,10)
0.5PL=0.08PL(P/A,i%,10)
(P/A,i%,10)=6,25

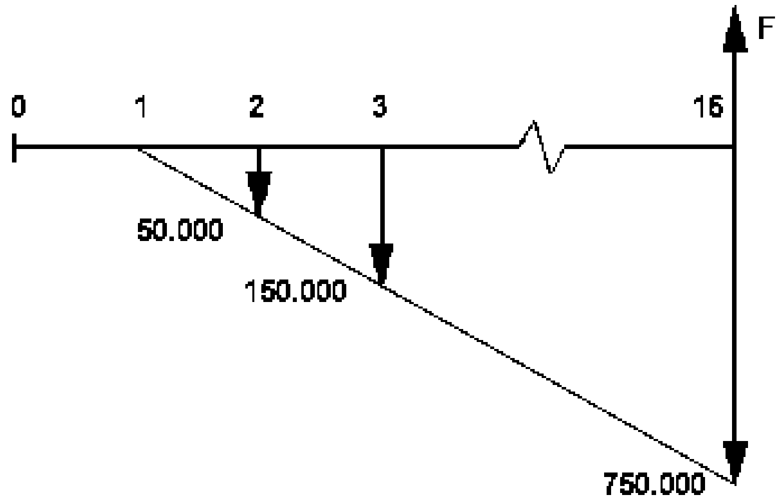
Debemos hallar un valor de i despejando la fórmula y con calculadora hallamos que : i = 9,6140%

Luego el comprador esta pagando un interés mensual cercano al 10%

Gradiente Aritmético

Ejemplo 24. Usted va a depositar dentro de 6 meses \$50.000, dentro de 9 meses \$100.000, dentro de 1 año \$150.000, y así sucesivamente hasta que hace el último depósito dentro de 4 años. ¿Cuánto tendrá en ese entonces acumulado, si los depósitos ganan un interés del 8% trimestral?

G = \$50.000
i = 8% trimestral
n = 16 trimestres
F = ?

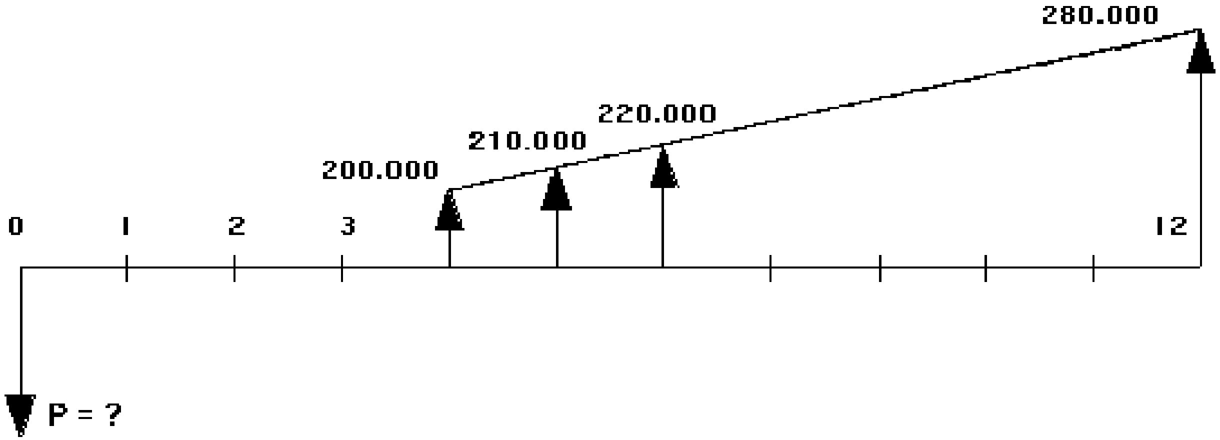


F= 50.000 * (1+0,08)16 -1 -16(0,08)/(0,08)2

F= $8'952.676,90

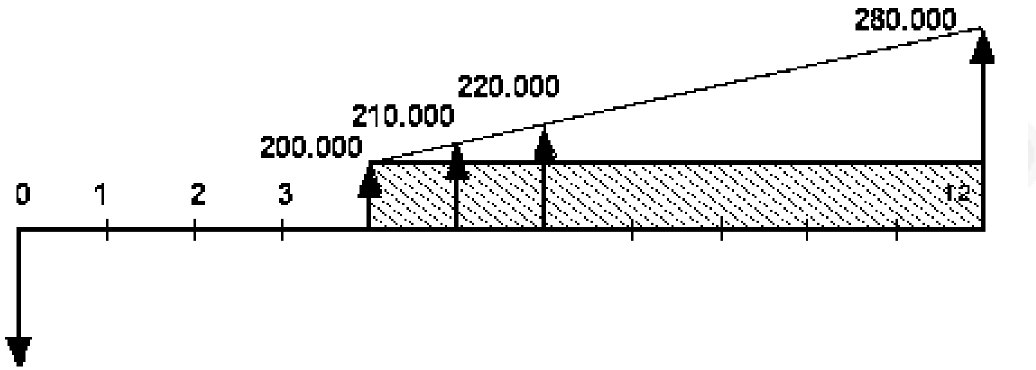
Ejemplo 25. ¿Cuánto debería invertir hoy para hacer los siguientes retiros:

Dentro de 4 trimestres $200.000
Dentro de 5 trimestres $210.000
Dentro de 6 trimestres $220.000
y así sucesivamente hasta el décimo segundo trimestre, con un interés del 7.5% trimestral?



Separemos el flujo en 2 partes:

Una serie uniforme con A= $200.000 y un gradiente aritmético de valor G=$10.000.



El valor P puede calcularse de diferentes formas. Debe tenerse en cuenta que sólo pueden sumarse cantidades si éstas se encuentran en el mismo punto. Podemos resolver el problema de diversas formas:

a. Primera Solución: Llevando cada flujo a presente (periodo 3) y luego el total al punto cero

P= [200.000 (P/A,7.5%,9) + 10.000(P/G,7.5%,9)] (P/F,7.5%,3) P=1'207.759,22

b. Segunda Solución: Llevando cada flujo a futuro (periodo 12) y después trasladarlo a presente

P= [200.000(F/A,7.5%,9) + 10.000(F/G,7.5%,9)] (P/F,7.5%,12)

P= (2'445.969,767+430.646,511)*(P/F,7.5%,12)=$1'207.759,22

c. Tercera Solución: Obteniendo el A equivalente para G y así tener una única serie uniforme

P= {[10.000(A/G,7.5%,9) + 200.000] (P/A,7.5%,9)}(P/F,7.5%,3)

P=1'500.395,508*(P/F,7.5%,3)

P=1'207.759,22

Ejemplo 26. Su empresa arma un fondo para reposición de equipos, el cual inicia depositando dentro de un mes $1’000.000, dentro de dos meses $1’020.000, dentro de tres meses $1’040.000 y así sucesivamente.

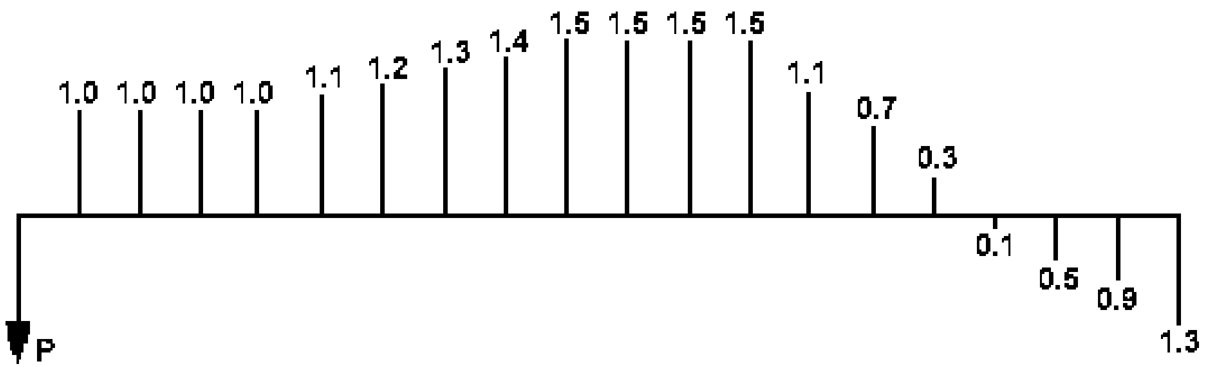
¿Cuánto se habrá acumulado al cabo de un año si los depósitos obtienen un interés del 1% mensual?

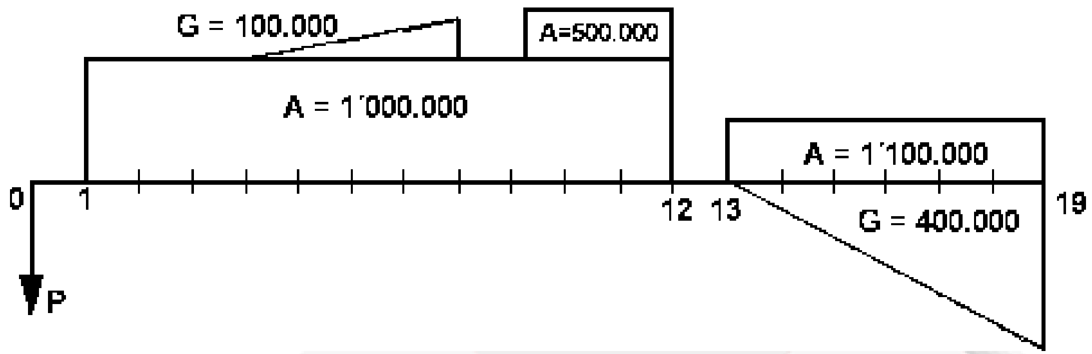
En el mes número 12 se obtiene el Futuro equivalente de las Anualidades

(A=1’000.000) más el Futuro equivalente del gradiente Aritmético:

Gradiente Aritmético Decreciente (Negativo)

Ejemplo 27. ¿Cuánto debería depositarse hoy al 10% mensual para obtener los siguientes flujos?





Un posible planteamiento con su solución sería:

P = 1'000.000(P/A,10%,12) + 100.000(P/G,10%,5)(P/F,10%,3)+ 500.000(P/A,10%,4)(P/F,10%,8)+[1'100.000

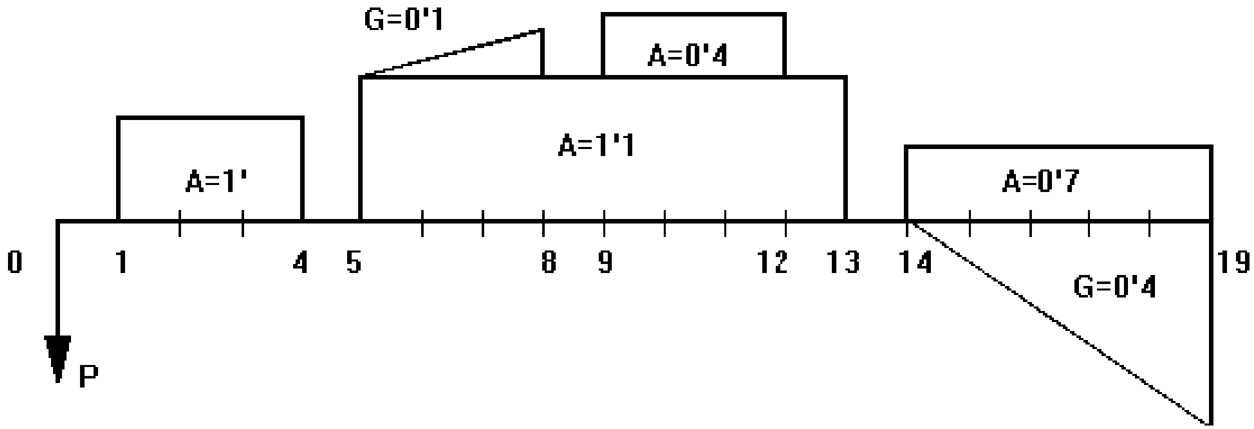
(P/A,10%,7)

- 400.000(P/G,10% ,7)](P/F,10%,12)

P= $8'148.273,705

Otro planteamiento podría ser:

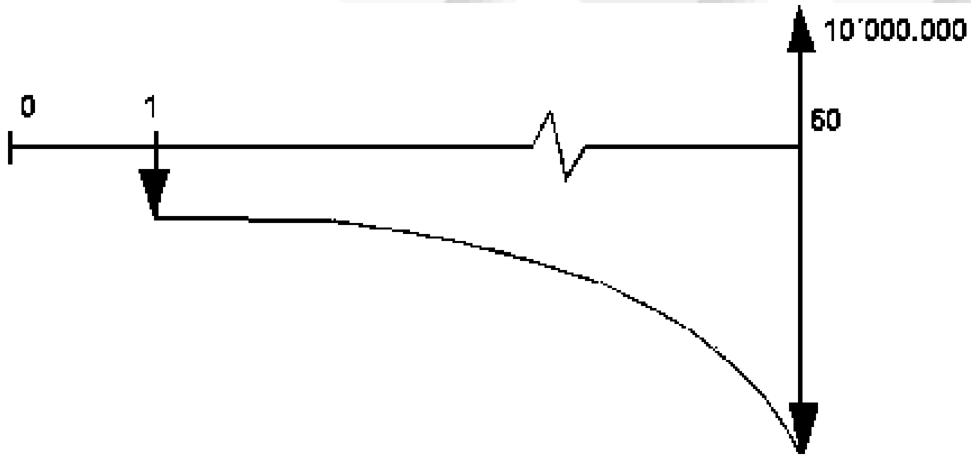
P=1'000.000(P/A,10%,4)+[100.000(P/G,10%,4)+1'100.000(P/A,10%,9)]* (P/F,10%,4) + [400.000(P/A,10%,4)*(P/F,10%,8)]
+ 700.000(P/A,10%,6)- 400.000(P/G,10%,6)]*(P/F,10%,13)
P= $8'148.273,05



Gradiente Geométrico

Ejemplo 28. 10 estudiantes recién ingresados piensan asociarse y crear un fondo de ahorros mensuales de tal forma que al culminar sus 5 años de estudio posean un capital de $10'000.000 con el propósito de fundar su propia empresa. Sus ingresos les permiten incrementar el ahorro mensual en un 2% y la entidad financiera les ofrece un interés mensual del 2.5%. ¿Cuánto deberá ser el ahorro mensual inicial de cada uno de los estudiantes?

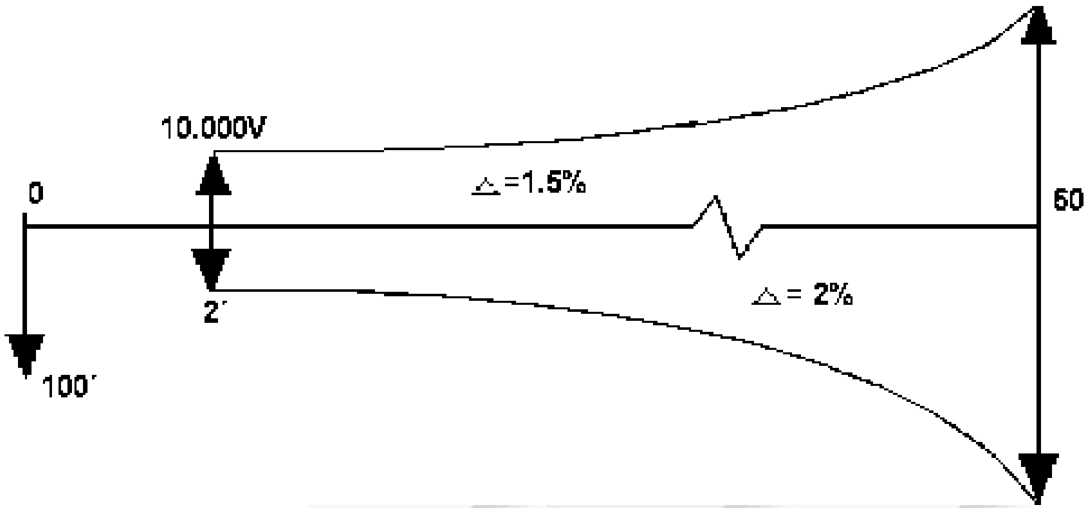
F = $10'000.000
D = 2% mensual
i = 2.5% mensual
n = 60 meses
C = ?



$$C = 10'000.000\left[\frac{(0{,}025 - 0{,}02)}{(1+0{,}025)^{60} - (1+0{,}02)^{60}}\right] = \$44.692{,}3795$$

Cuota individual inicial = C / 10 = $4.469,24

Ejemplo 29. El montaje de una empresa requiere hoy una inversión de $100'000.000. En dicha empresa se producirán y venderán mensualmente 10.000 unidades de un producto "J". Producir cada "J" cuesta el primer mes $200 y éste valor crecerá mensualmente 2%. Dicho producto se podrá vender el primer mes por un valor $V y reajustar su precio en 1.5% mensual. Si el producto "J" tiene una vida de 5 años, ¿cuál será el precio de venta que hace que el proyecto genere una rentabilidad bruta mensual del 3%?



Tenemos :

P=$100'000.000
C=10.000V
C'=$2'000.000
P=C (P/C,3%,1.5%,60) - C'(P/C',3%,2%,60)

100'000.000=10.000V*((1,03)60-(1,015)60)/(1,03)60(0,03-0,015)-2'000.000*((1,03)60-(1,02)60)/(1,03)60(0,03-0,02)
100'000.000=10.000V (39,02031719)-2'000.000(44,31)

V= $483,40

Ejemplo 30: Una vez termine su carrera usted ingresa a trabajar con un salario de $4’000.000.

ANUALMENTE SU EMPRESA DEPOSITARÁ SUS CESANTÍAS EN UN FONDO

Si el salario se espera que crezca un 5% anualmente y la rentabilidad esperada del fondo es del 8% anual, ¿Cuánto habrá acumulado en 30 años de servicio?

DATOS:

P= 70’000.000

i = 0.013 (Anual)

n = 20 años = 240 Meses

A = ?

Convirtiendo la tasa de interés anual a la tasa de interés mensual y aplicando la fórmula que relaciona Anualidad con valor Presente se obtiene:

Ejemplo 31.

Su familia está analizando la compra de una vivienda por un valor de $100’000.000.

La cuota inicial será del 30% y el saldo financiado a 20 años con tasa de interés anual efectiva del 13%

¿Cuál será la cuota a pagar en dos modalidades?

a) Cuota fija Mensual

b) Cuota mensual creciente en un 0.5%

- CUOTA FIJA MENSUAL

DATOS:

P= 70’000.000

i = 0.013 (Anual)

n = 20 años = 240 Meses

A = ?

Convirtiendo la tasa de interés anual a la tasa de interés mensual y aplicando la fórmula que relaciona Anualidad con valor Presente se obtiene:

- CUOTA MENSUAL CRECIENTE EN UN 0.5%

DATOS:

P=70’000.000

I = 0.010237 (Anual)

N = 20 Años = 240 Meses

Δ = 0.5%

Convirtiendo la tasa de interés anual a la tasa de interés mensual y aplicando la fórmula del Gradiente Geométrico, se obtiene:

- ¿Cuál será el saldo en cada uno de los dos sistemas cuando la cuota variable alcance el nivel de la cuota fija?

Una alternativa de solución para el problema es la siguiente:

Primero se busca el que periodo de tiempo en el que las cuotas de los dos sistemas se igualan:

- SISTEMA1:

SALDO = Lo que debería sin abonos – Lo que ya se abonó

* Lo que debería sin abonos: Valor futuro de los 70’000.000 en el mes número 86:

* Lo que se abonó: Valor Futuro de la Anualidad Mensual en el mes número 86:

SALDO= $60’680.502

- SISTEMA 2:

SALDO = Lo que debería sin abonos – Lo que ya se abonó

* Lo que debería sin abonos: Valor futuro de los 70’000.000 en el mes número 86:

* Lo que ya se abonó: Corresponde al valor futuro del gradiente geométrico en el mes número 86:

SALDO= $83’074.751,3

Ejemplo 32. El señor Carlos Suarez decide comprar una pequeña parcela por valor de $50.000.000, la cual deberá pagar de la siguiente manera : cuota inicial 20% (de contado) y el 80% financiado por una corporación de ahorro y vivienda durante 15 años. Si el interés es del 2,5% mensual , determine el valor de la cuota a pagar en los siguientes casos :

Cuota fija mensual vencida
Cuota mensual creciente
Cuota variable mensual creciendo mensualmente en 0,7%

El objetivo de este ejemplo es de carácter ilustrativo, por lo tanto se muestra el comportamiento en una gráfica del interés causado y del abono a capital de cada uno de los tres casos mencionados anteriormente durante el periodo establecido.

CUADRO COMPARATIVO DE LAS DIFERENTES MODALIDADES DE PAGO

Valor Presente	$40.000.000
Tasa de interés	2,5%
Número de Periodos	180
Delta	0,70%
La anualidad es	1.011.880,47
Cuota Gradiente Aritmético	26.725,830
Cuota Gradiente Geométrico	750.946,97

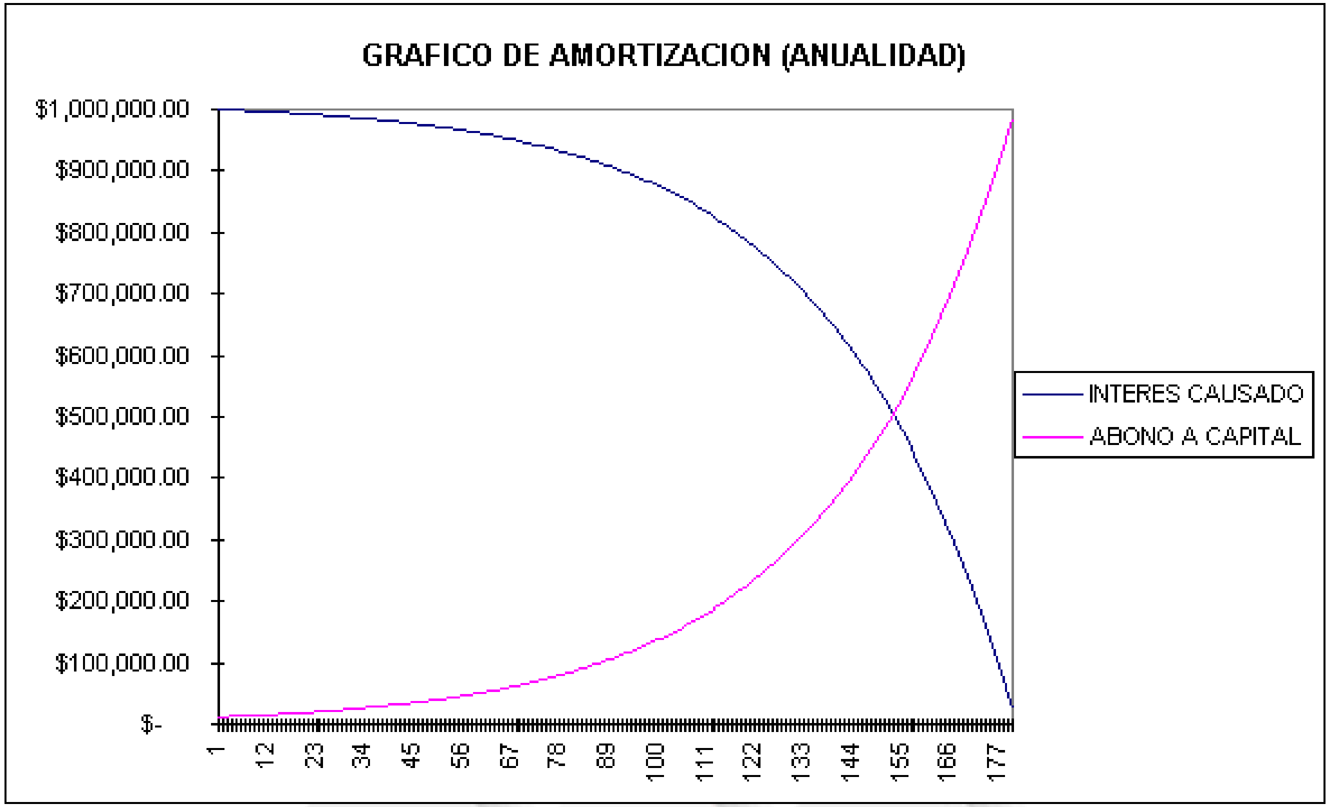


GRAFICO DE AMORTIZACION (ANUALIDAD)
$1,000,000.00
$900,000.00
$800,000.00
$700,000.00
$600,000.00
$500,000.00
$400,000.00
$300,000.00
$200,000.00
$100,000.00
$-
1
12
23
34
45
56
67
78
89
100
111
122
133
144
155
166
177
INTERES CAUSADO
ABONO A CAPITAL

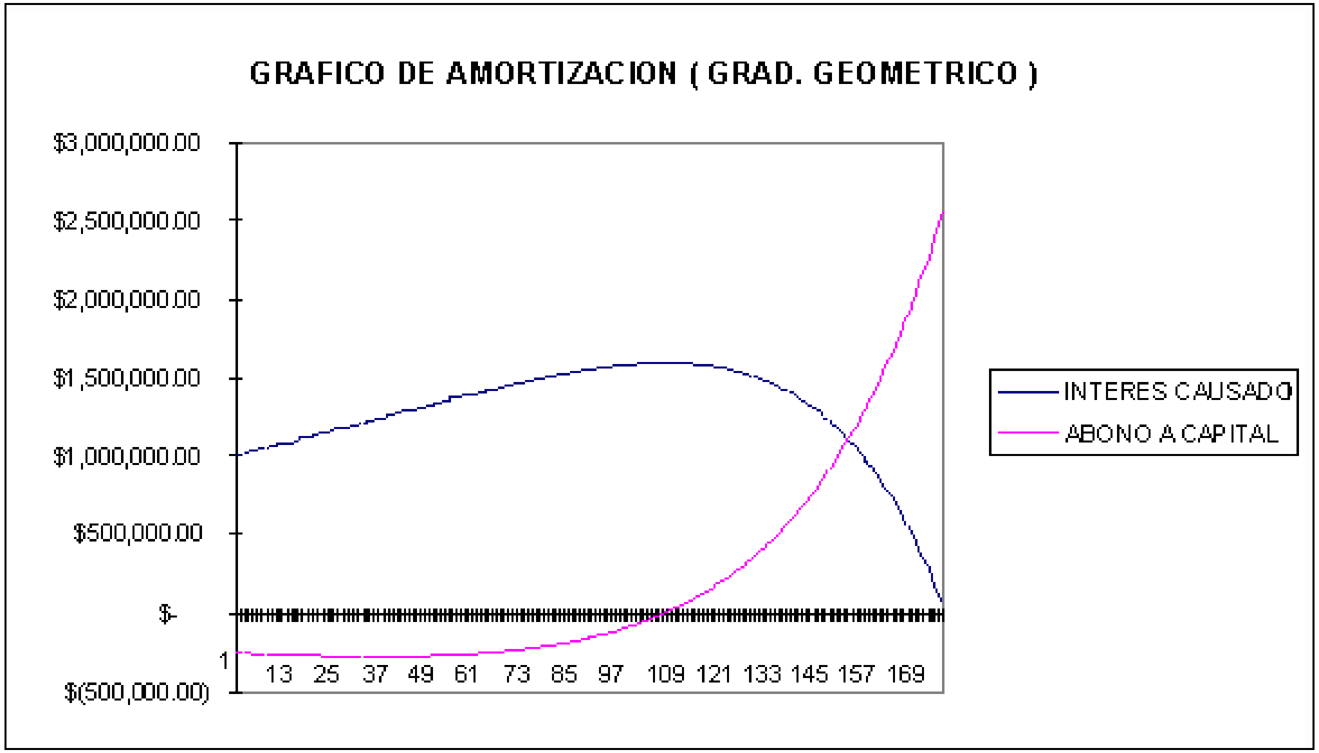
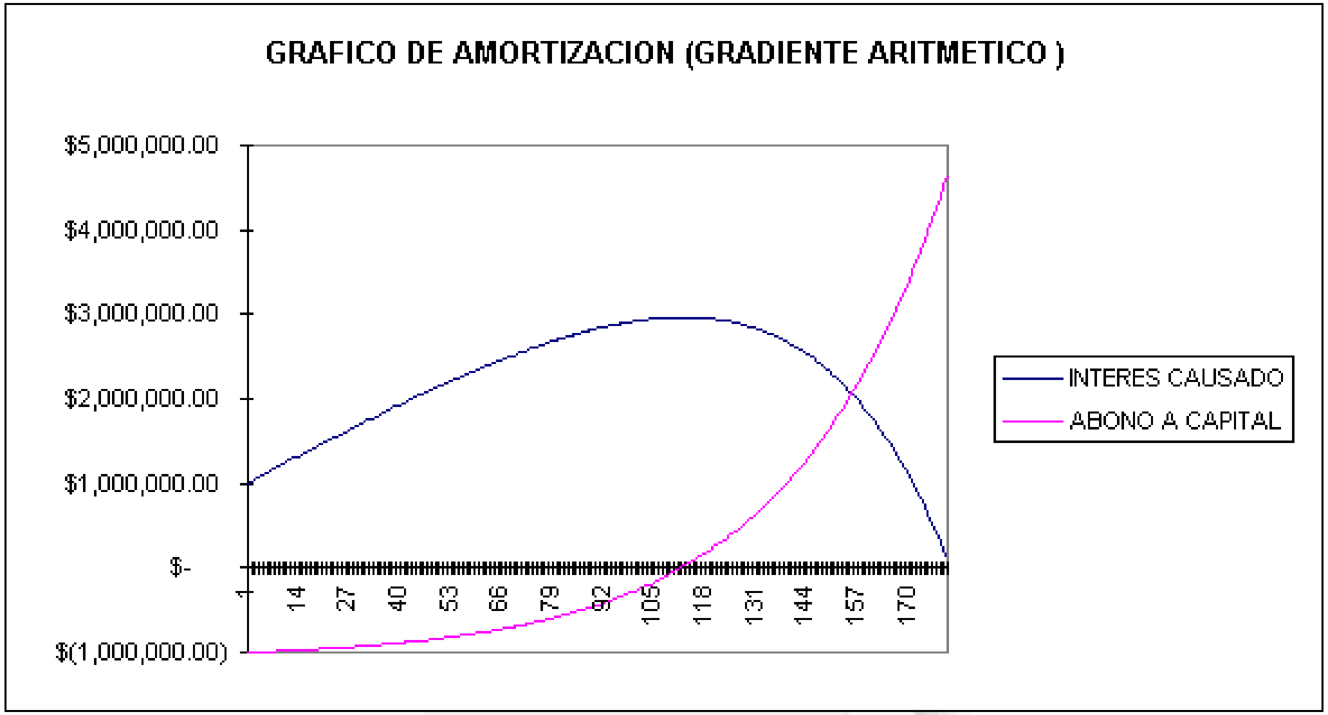


GRAFICO DE AMORTIZACION (GRAD. GEOMETRICO)
$3,000,000.00
$2,500,000.00
$2,000,000.00
$1,500,000.00
$1,000,000.00
$500,000.00
$-
$(500,000.00)
1
13
25
37
49
61
73
85
97
109
121
133
145
157
169
INTERES CAUSADO
ABONO A CAPITAL



Series Uniformes Consecutivas

Ejemplo 33. Una modista entra a trabajar en una fábrica de confección, pero su deseo es crear su propia empresa dentro de 10 años. Para ello piensa utilizar las cesantías acumuladas al final, y además ahorrar semestralmente la prima de servicios (medio salario cada semestre) en una entidad financiera que paga un interés efectivo anual del 35%. Si en salario del primer año es de $250.000 y crecerá anualmente al ritmo de la inflación esperada (20% anual), determine:

a. Capital acumulado al final de 10 años de trabajo?.

$Cap_{acum} = Ces_{acum} + F_{primas}$ (1)

Cesantías acumuladas:

$F = P(1 + i)^n$
$F = 250.000 (1 + 0,20)^{10}$
$F = \$ 1\,547.934,10$
$Ces_{acum} = (1\,547.934,10)(10)$
$Ces_{acum} = \$ 15\,479.341$

El valor futuro de las primas de servicio generan un gradiente geométrico, pues el salario aumenta en un delta igual a la inflación:

$F = B(i / ii)[(1 + i)^n - (1 + D)^n] / (i - D)$
$ii = 35\%$ anual
$B = 125.000$
$D = 20\%$
$n = 10$ años
$m = 2$ semestres
$i = (1 + ii)^{(1/m)} - 1$
$i = (1 + 0,35)^{(1/2)} - 1$
$i = 0,1619 = 16,19\%$ semestral.
$F = 125.000 (0,35 / 0,1619)[(1 + 0,35)^{10} - (1 + 0,20)^{10}] / (0,35 - 0,20)$
$F = \$ 25\,067.875,53$

Reemplazando los valores en (1):

$Cap_{acum} = 15\,479.341 + 25\,067.875,53$
$Cap_{acum} = \$ 40\,547.216,53$

b. El patrimonio (capital) de la empresa equivale a un capital actual de cuanto?.

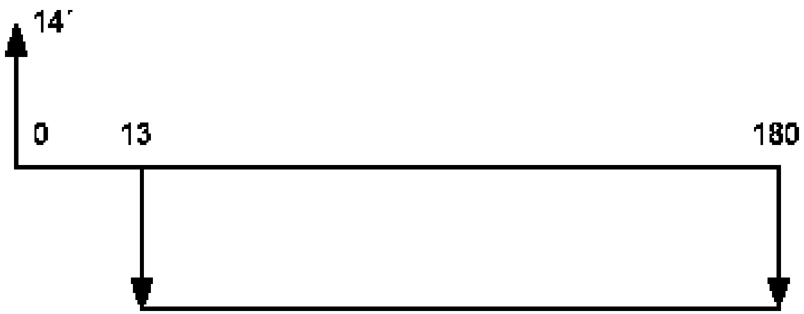
$P = [F / (1 + i)^n]$ donde:
$F = Cap_{acum}$
$i = 20\%$ anual
$n = 10$ años
$P = [40\,547.216,53 / (1 + 0,20)^{10}]$

$P = \$ 6\,548.601,84$

Ejemplo 34. Usted decide comprar un apartamento por $20'000.000 el cual deberá ser pagado así: 30% contado y 70% financiado por una Corporación de Ahorro y Vivienda durante 15 años. Cuál sería la cuota a pagar en cada uno de los siguientes casos, dado un interés del 2% mensual.

a) Cuota fija mensual vencida

n =1
m =180 meses
D = 0
P = $14'000.000
i = 2% mensual
ii = $[(1+0.02)^{180}-1]$ entonces ii=3432.08 %



Aplicamos

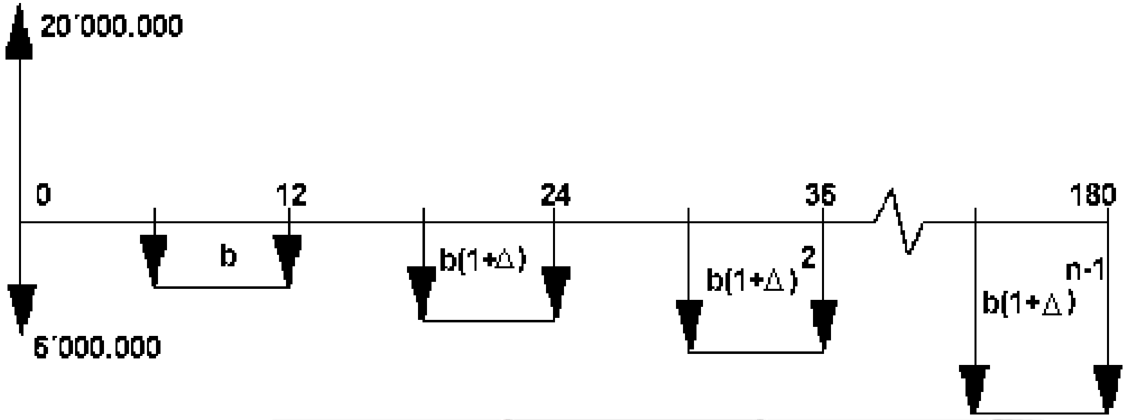
$$b = P\left(\frac{i}{ii}\right)\left[\frac{(1+ii)^n\ (ii-\Delta)}{(1+ii)^n - (1+\Delta)^n}\right]$$

$$b = 14'000.000\left(\frac{0.02}{34.32}\right)\left[\frac{(1+34.32)^1(34.32-0)}{(1+34.32)^1 - (1+0)^1}\right]$$

b = $288.158,32

b) Cuota fija mensual creciendo anualmente en un 10%

D =10% anual
i=2% mensual
ii=(1+0.02)12-1= 0.2682
n=15 años
m=12 meses



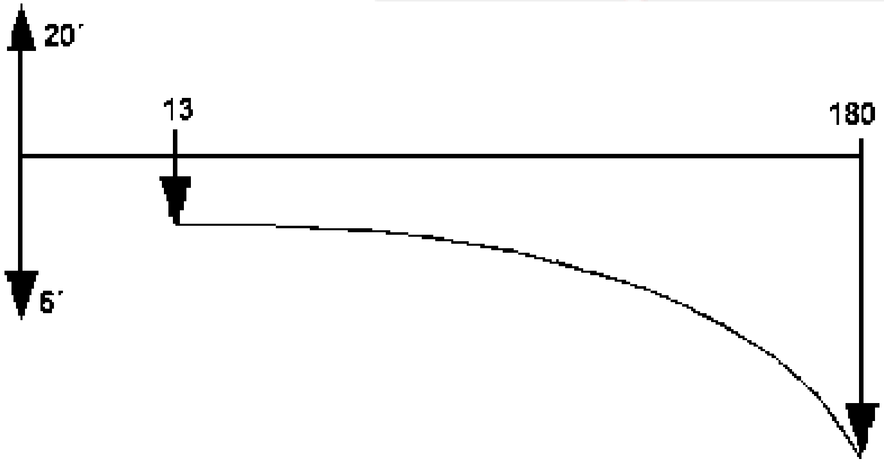
Aplicando la formula de la parte a) obtendremos:

$$b = 14'000.000 \left(\frac{0.02}{0.2682}\right)\left[\frac{(1+0.2682)^{15} * (0.2682-0.10)}{(1+0.2682)^{15} - (1+0.10)^{15}}\right] 0.2682$$

b = $199.165,55

c) Cuota variable mensual creciendo mensualmente en 0.75%:

D = 0.75% mensual
i = 2% mensual
ii = 2% mensual
n = 180 meses
m = 1



$$b = 14'000.000\left(\frac{0.02}{0.02}\right)\left[\frac{(1+0.02)^{180} * (0.02-0.0075)}{(1+0.02)^{180} - (1+0.0075)^{180}}\right]$$

b = $196.334,12

Ejemplo 35.Usted ingresa a laborar con un salario de $5'000.000 y se afilia a un fondo de pensiones. Entre usted y su empleador depositan al final de cada mes el 13.5% de su sueldo en el fondo.

Si los rendimientos anuales esperados son del 8%, y su salario crece anualmente en un 5%.

¿Cuánto habrá acumulado al cabo de 40 años de trabajo?

DATOS:

B= 675.000

ii = 0.08 (anual)

$\Delta=0.05$

Primero debemos convertir la tasa de interés anual a la tasa de interés mensual para aplicar la fórmula correspondiente:

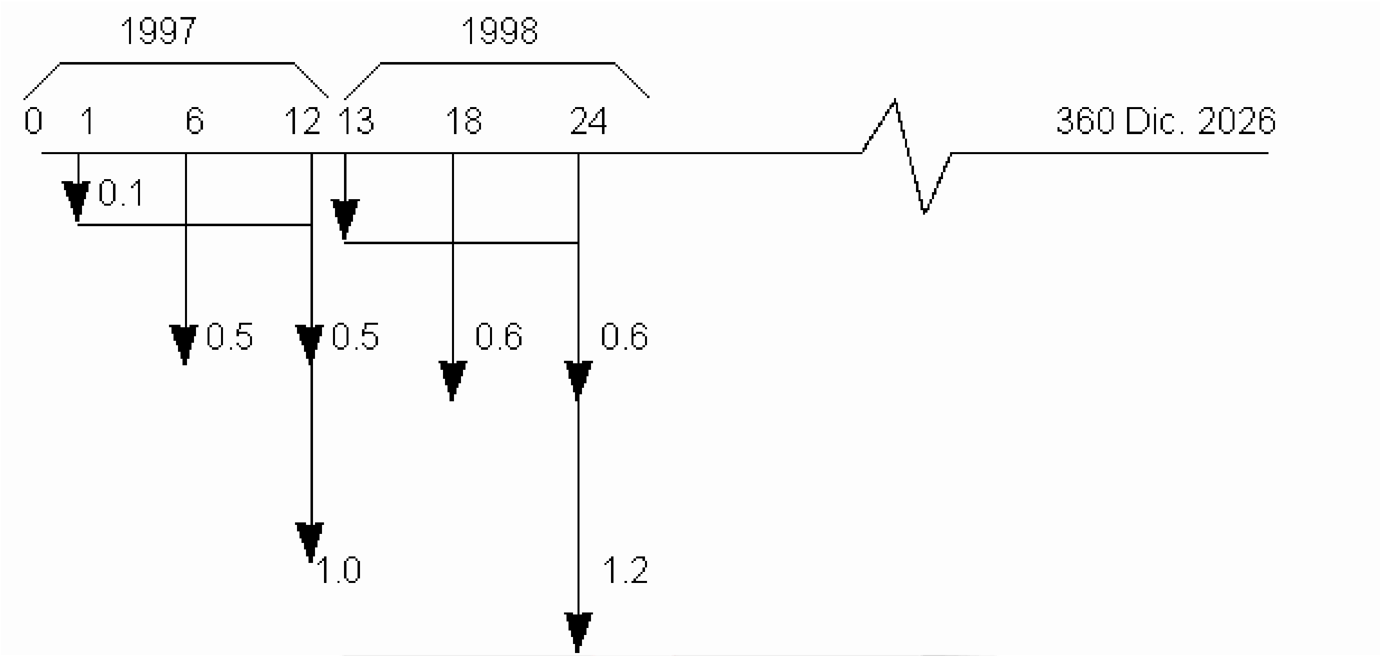
Aplicando la fórmula que relaciona el futuro de una Serie Escalonada con el valor B que en este caso es igual a $675.000, se obtiene:

Ejemplo 36. En una empresa, con el beneplácito de los trabajadores y con el propósito de acumular una buena jubilación, se decide depositar en un solo fondo individualizado para cada empleado los siguientes montos:

Mensualmente el 10% del salario, semestralmente las primas (½ salario) y anualmente las cesantías.
Cuánto recibiría mensualmente como jubilación en el 2027 (expresado como porcentaje del salario que tendría en dicho año), un trabajador que ingresa al inicio de 1997 con un salario de $1 000.000 y recibe incrementos anuales del 20%, si el dinero depositado obtiene una rentabilidad anual del 32% y la pensión de jubilación se recibirá durante 15 años con incrementos anuales del mismo 20%.

El problema se puede interpretar como un conjunto de tres tipos de flujo:

Series uniformes con crecimiento geométrico (para el 10% del salario):

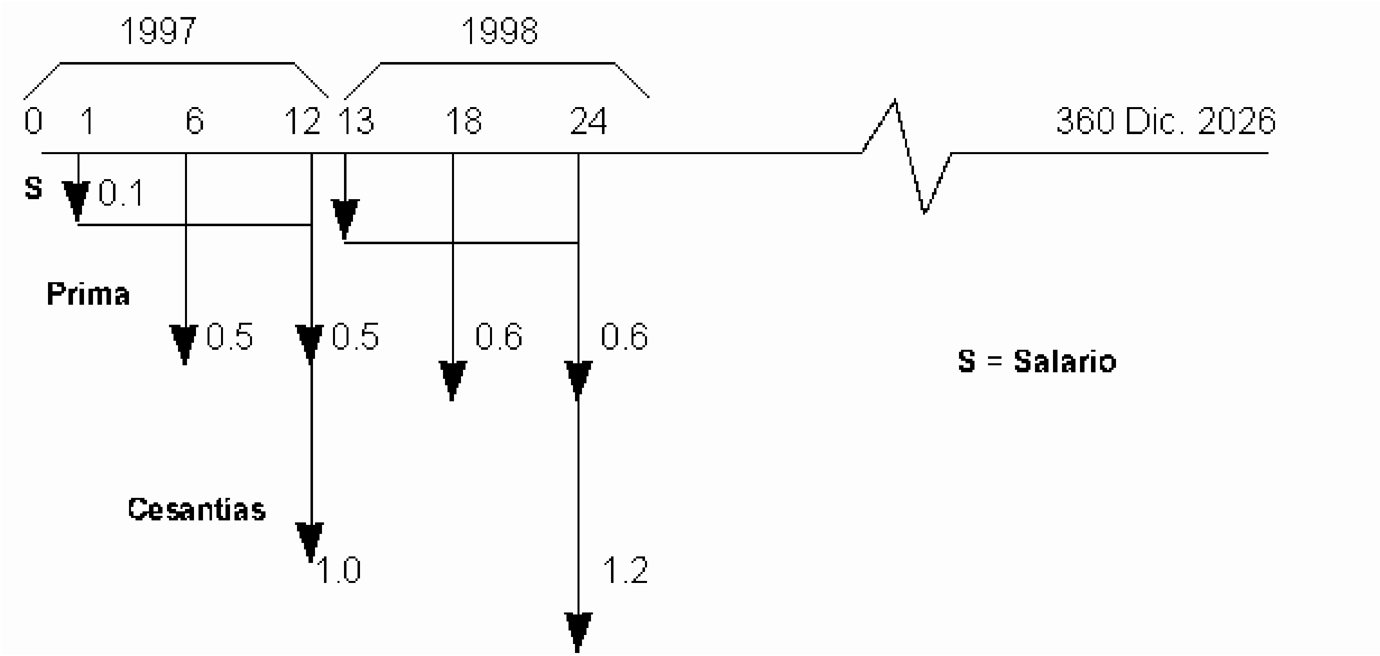


B= 100.000
ii= 0.32
D = 0.2
m= 12
n=30
$i= (1+ii)^{1/m}-1 = (1+0.32)^{1/12} -1 = 0.023405691$

Hallando el futuro de esta serie al final del año 2026

F_1= 100.000 (F/B, D = 0.2, i= 0.023405691, ii= 0.32, (12*30))

F_1= \$44.487 169.210



Series uniformes con crecimiento geométrico, para las primas:

b= 500.000 D = 0.2 n= 30 ii=0.32
i= $(1+0.32)^{½}$ -1 = 0.148913
Calculando el futuro para el final del 2026:
F_2= 500.000 (F/b, D = 0.2, i= 0.148913, ii= 0.32, (2*30))

F_2= $34 961.897,81

Un gradiente geométrico para las cesantías:
c= 1 000.000
D = 0.2
n= 30
i= 0.32
F_3= 1 000.000 (F/C, D = 0.2, i= 0.32, 30)

F_3= $32.539 153.950

El total acumulado al final año 2026 es:

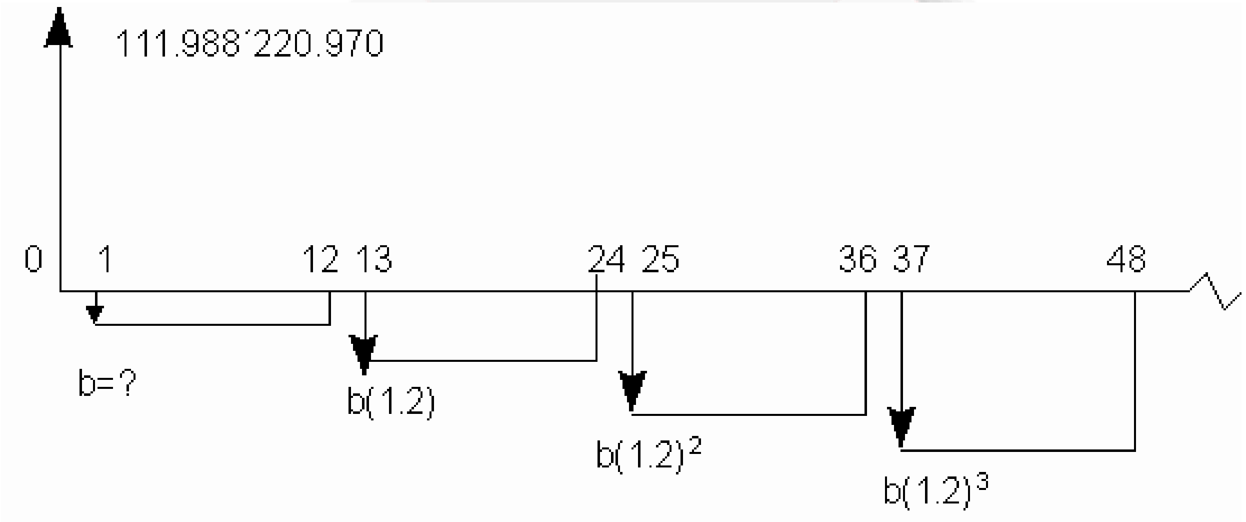
$F= F_1 + F_2 + F_3$ = \$111.988 220.970

El salario en ese momento sería:

S_F= 1 000.000 $(1+0.2)^{30}$

S_F= \$237 376.313,80

Para el tiempo que recibe la jubilación:



Series uniformes con crecimiento geométrico:

b=?
P= 11.988 220.970
m=12
n=15
D = 0.2
ii= 0.32
i= 0.023405691
b= 111.988 220.970 (b/P, D = 0.2, i= 0.023405691, ii= 0.32, (12*15))
b= \$1.292 302.593 Primera jubilación, en el 2027.

Expresado como porcentaje del salario de ese año:

$$b_{\%} = \frac{1.292''302.593}{2.37'376.313,80} * 100$$

$b_{\%}$= 544.4109%

Ejemplo 37 Usted esta estudiando un proyecto para lanzar un nuevo producto al mercado, de acuerdo a sus pronósticos, es posible vender 5.000 unidades mensuales del nuevo producto. Los costos de Producción, Administración y Ventas serán los siguientes:

- Materiales:$ 2000 por unidad
- Mano de Obra:Un salario con una porcion fija de $3 000 000 mas $ 500 por unidad
- Costos indirectos de Fabricación (CIF): $ 2 000 000
- Gastos de Administración y Ventas: 10% del valor de las ventas

Los empleados recibirá adicional al salario una prima semestral de medio salario mensual y un depósito en un fondo de cesantías de un salario a final de cada año.

Todos los costos, gastos y precio de venta se espera que crezcan anualmente en un 5%.

Si la inversión inicial es de $ 100 000 000 y se espera una rentabilidad mensual del 1,2%. ¿Cuál sería el precio de venta que haría factible el proyecto en un horizonte de 10 años , suponiendo que la empresa pudiera ser vendida a final de dicho periodo por $ 130 000 000?

Para resolver el ejercicio planteado anteriormente, debemos analizar los costos de producción de la siguiente manera seguido de su diagrama de flujo correspondiente:

<u>Costos:</u>

Materiales (mes):	2 000 * 5 000	= 10 000 000
Mano de Obra (mes):	3 000 000+(500 * 5000)	= 5 500 000
CIF (mes):		= <u>2 000 000</u>
		17 500 000

X= Precio de Venta

Donde: Δ: 0.05

n : 120

i : $(1+0.012)^{12}$ -1= 0,153895 año

Llevamos todo a futuro obtenemos:

De igual forma se analizan la Prima , Ingresos y el Fondo de Cesantías:

Ingresos: 5 000*X – (5 000*X)10% = 4 500*X

Donde: Δ : 0.05

n : 120

i : $(1+0.012)^{12}$ -1= 0,153895 año

Prima (6 meses): 5 5000 000/2 = 2 750 000

Donde: Δ: 0.05

n : 10

i : $(1+0.153895)^{1/2}$ -1= 0.074195 semestre

<u> Fondo de Cesantías (12 meses):</u> 5 500 000

Donde: Δ : 0.05

n : 10

i : $(1+0.153895)^{1/2}$ -1= 0.074195 semestre

Como se espera vender el negocio a $130 000 000 y tomando Ingresos (+)y egresos (-) entonces:

130 000 000 = -5520928445-418468637.5+1419667.31X - 140316079.13 - 135298663.5

Despejando la X que encontramos el valor de las unidades vendidas para que el negocio sea rentable:

X=6345011825/1419667.31

X= $44690.36

Ejemplo 38 Industriales de Santander Ltda. acaba de recibir un préstamo para la adquisición de una maquina que hará mas eficiente su proceso productivo.

Las condiciones del préstamo son las siguientes:

- Plazo: 2 años
- Tasa de interés: 14.02862 anual efectivo

- Forma de pago: Durante los primeros seis meses se pagarán cuotas fijas mensuales vencidas. A partir del séptimo mes habrá una disminución de $50.000 mensualmente respecto a la cuota precedente.

Dado que al cabo del noveno mes, inmediatamente después de pagar la novena cuota, el saldo será $16’825.525,80 , determine el valor del préstamo recibido.

$i_{Mensual} = (1 + 0.1402862)^{1/12} - 1$

$i_{Mensual} = 0.011$

Hacemos un diagrama de flujo que nos muestre el movimiento durante los primeros 9 meses planteados en el problema

Llevando todo a futuro en el mes 9 obtenemos la primera ecuación:

Entonces reemplazando los valores tenemos:

Procedemos a analizar el movimiento del préstamo desde el mes nueve hasta el final de los dos años que es el tiempo establecido para terminar de pagarlo. Obteniendo la segunda ecuación de donde podemos hallar la anualidad

Entonces::

Despejando la A obtenemos:

Reemplazando en la primera ecuación y despejando p, hallamos el valor del préstamo que nos preguntan:

Ejemplo 39 Su empresa “Santander Global Market” desarrolló un producto para exportación.

De acuerdo al estudio realizado se dispone de la siguiente información:

- La inversión requerida para la implementación y puesta en marcha del proceso productivo asciende a \$20’000.000 trimestrales durante el próximo año.
- Concluida la etapa de implementación y puesta en marcha, se iniciará la etapa de operación.
- En la etapa de operación se incurrirá en egresos mensuales por concepto de producción. Dichos costos para el primer año de producción se estiman en \$10’000.000 / mes mas un costo variable de \$5.000 por unidad.
- El volumen de producción mensual será uniforme para acumular el volumen a exportar al final de cada trimestre.
- Las exportaciones trimestrales implican un costo adicional de \$15’000.000 por concepto de documentación, tramite, embalaje y transporte.
- Se estima que todos los costos de producción y exportación crecerán 5% anualmente.
- El cliente en el exterior depositará al momento de la exportación el valor pactado de 10 dólares por unidad y el banco de su empresa convertirá dichos dólares a una tasa de cambio estimada de 2.500 pesos por dólar al momento de la primera exportación. Se estima que posteriormente la tasa de cambio crecerá 1.2% trimestralmente.

Si se espera obtener 2% de rentabilidad mensual en este proyecto, determine la cantidad de productos requerida para recuperar totalmente la inversión en 5 años de operación (incluyendo obviamente la rentabilidad esperada).

$i_{Trimestre}= (1+0.02)^3 – 1 = 0.061208$

$i_{Mensual} = 0.02$

$i_{Anual} = (1+0.02)^{12} – 1= 0.268241$

$i_{Semestre} = (1+0.02)^6 – 1= 0.1261$

Para resolver este ejercicio, analizamos la Inversión, las Exportaciones, Los ingresos y la Mano de Obra, con sus respectivos diagramas de flujo llevándolos todos a futuro.

Ingresos: Utilizando un Gradiente Geométrico

Donde $\Delta = 0.012$

$i_{Trimestre}= 0.061208$

n= 20 años

C= 2500*(3X)

X= Unidades Mensuales Vendidas

Entonces:

Inversión: $ 20 000 000 cada trimestre durante el primer año, este resultado tomándolo como un presente del segundo año lo llevamos a futuro.

Entonces:

Exportación: Utilizamos un Gradiente de Series Escalonada

Donde B= 15 000 000

$I_{PL} = i_{Anual} = 0.265241$

$I_{PC} = i_{Trimestral} = 0.061208$

$\Delta = 0.05$

Entonces:

Mano de Obra: Utilizamos un Gradiente de Series Escalonadas

Donde B= 10 000 000 + 5000X

$I_{PL} = i_{Anual} = 0.265241$

$I_{PC} = i_{mensual} = 0.02$

$\Delta = 0.05$

X= numero de unidades

Entonces:

igualando los Ingresos a los Egresos resolvemos la igualdad y despejamos el valor de X buscado:

287579019+603850895.3+1232016853 = 3065959.436X - 616008.4266X

X= 866.73 unidades

EJERCICIOS INTERESES : MODALIDADES, PERIODOS Y EQUIVALENCIAS

ARRIBA

Relación de equivalencia entre intereses de diferente periodos

Ejemplo 1. Un interés del 3% mensual a cuánto equivale en términos anuales?. En este caso el periodo menor es el mes, y el periodo mayor es el año.

Datos :

i: 3% mensual

n: 12 (dado que el periodo mayor, año, consta de 12 periodos menores, meses)

ii: ?

ii = (1+0,03)^12 - 1 = 42,576%

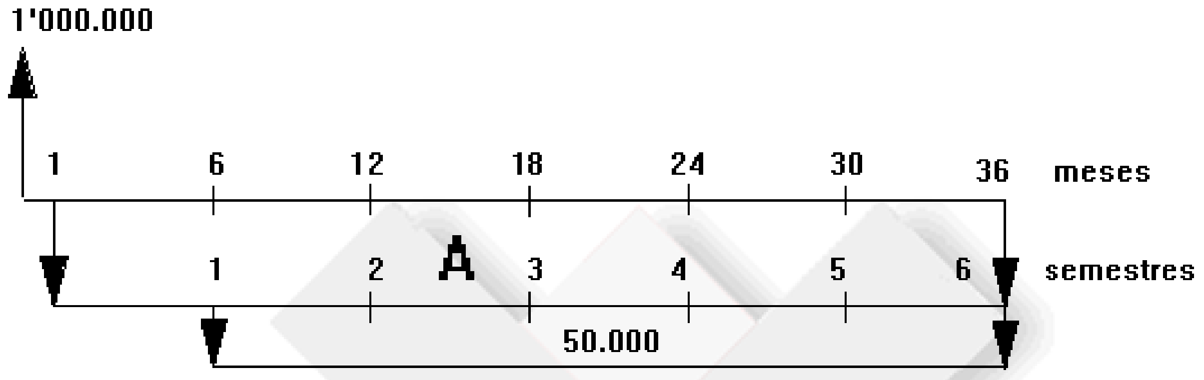
Ejemplo 2. Compruebe que invertir $1'000.000 al 36% anual durante 5 años es aproximadamente igual que invertirlo al 2.5955% mensual durante 60 meses.

P= $1'000.000
ii= 0,36 anual : i= 0,025955 mensual
n= 5 años : n=60 meses

F = P (1+ii)^n; F = P (1+i)^n
F = $1'000.000$(1+0,36)^{5}$; F=$1'000.000$(1+0,02595)^{60}$

F = $4'652.587,417; F=$4'651.272,123

Ejemplo 3. Usted recibe un préstamo de un fondo de empleados por un monto de $1'000.000 pagadero en tres años de la siguiente forma: Cuotas mensuales iguales por un valor A. Cuotas semestrales extraordinarias por un valor de $50.000 cada una. Si el fondo le presta a un interés del 2% mensual, cuál será el valor real de A?



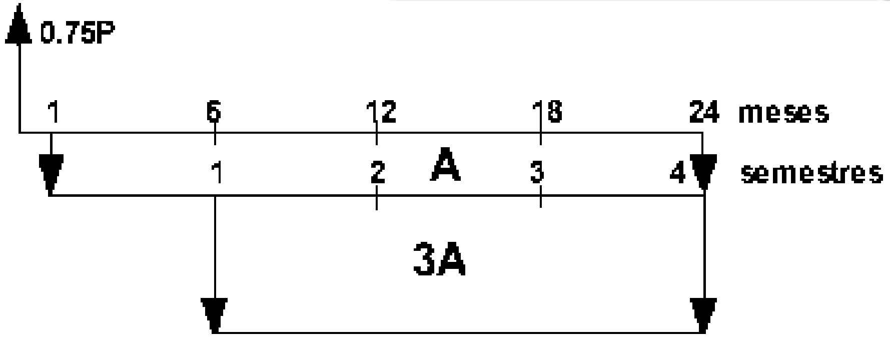
Los pagos mensuales generan una serie uniforme de valor desconocido A, a un interés del 2% mensual durante 36 periodos. Los pagos semestrales generan otra serie uniforme de $50.000 a un interés semestral desconocido ii durante 6 periodos.

P= $1'000.000
i= 0,02 mensual
ii=?
n=6   Dado que un semestre consta de 6 meses
ii= (1+i)n-1
ii= (1+0,02)6-1 = 0,12616

Cálculo de A
1'000.000= A(P/A,2%,36)+50.000(P/A,12.616%,6)
1'000.000= A(25,4888) + 50.000 (4,0406)

A= $31.306,56

Ejemplo 4. Usted decide comprar un carro el cual deberá ser pagado con cuota inicial del 25% y el resto financiado al 39,29% anual. Deberá cancelar 24 cuotas mensuales vencidas y 4 cuotas semestrales vencidas. Teniendo en cuenta que el valor de una cuota semestral vencida es igual al valor de 3 cuotas mensuales y que el saldo después del primer pago semestral es de $1'212.478,60. Cuál fue el valor de compra del carro?

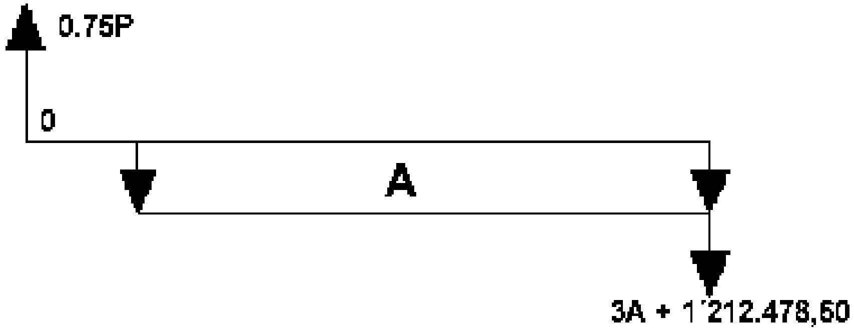


Sabiendo que i = (1+ii)^(1/n)-1 podemos calcular el interés mensual

i MENSUAL= (1+ 0.3929)^(1/12) - 1
i MENSUAL= 2.8%
Podemos calcular el interés semestral así:
i SEMESTRAL = (1+i)^n-1=(1,028)^6-1
i SEMESTRALL = 18.02% .
0,75P=A(P/A,28%,24) + 3A(P/A,18.02%,4)
0,75P=17.30626A + 3(2.689)A

P=33.83A [1]

Dado que el saldo presentado en el enunciado para el mes 6 (seis) fuera pagado, el diagrama de flujo sería el siguiente:



Trayendo el valor de todos los flujos al momento cero tenemos:

0,75P = 3A(P/F,18.02%,1) + 1'212.478(P/F,18.02%,1) + A(P/A,2.8%,6)
0,75P = 2,542A+1'027.350 + 5,453A [2]

Reemplazando la ecuación [1] en la [2]
0,75(33.83A)= 7,995A +1'027.350
A = $59.117

El valor del carro es:
P=33,83(59.117)

P = $2'000.000

Ejemplo 5. Usted quiere obtener una rentabilidad sobre su dinero del 35% anual. Si las entidades que ha consultado pagan los intereses mensualmente, cuál será la tasa de interés mensual que equivale al 35% anual?

ii=35% anual i= ? mensual
i=(1+0,35)1/12 - 1= 0,025324
i=2.53% mensual

Relación de equivalencia entre efectivo y nominal cuando la capitalización es vencida

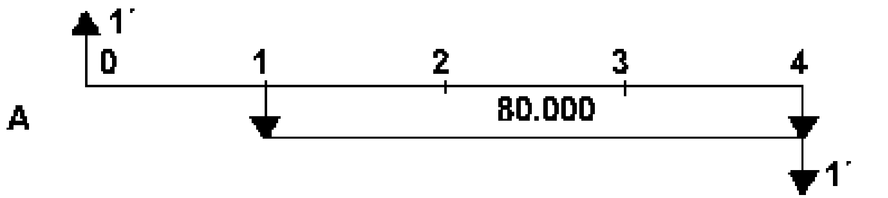
Ejemplo 6. INSA Ltda. requiere $1'000.000 durante 1 año y para ello acude a los bancos comerciales, los cuales están prestando dinero a una tasa del 32% nom inal anual pagadero trimestralmente vencido.

Como INSA requiere el $1'000.000 durante todo el año, cada vez que requiera pagar intereses, acudirá a otro banco por un nuevo préstamo y al final del año cancelará todas las deudas ocasionadas por el $1'000.000 solicitado.
Construya un diagrama para cada transacción con cada banco y uno final en el que se resuman dichas transacciones. Encuentre a partir de ello el interés efectivamente pagado por INSA, el cual será lo que pague por encima del $1'000.000 al final del año expresado como un porcentaje (%) del $1'000.000 que recibió.

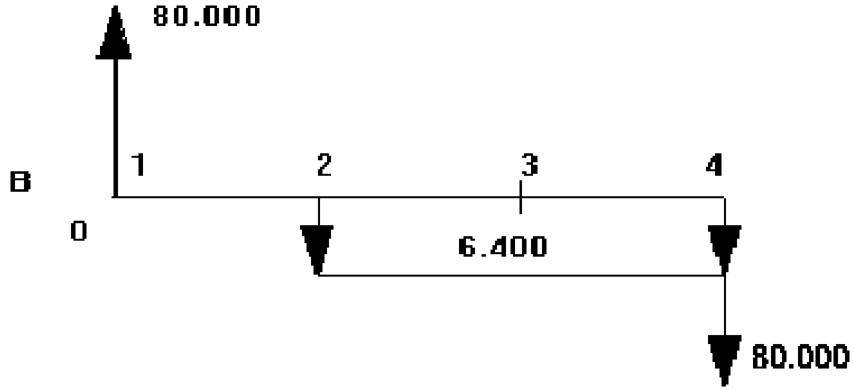
Compare dicho resultado con el que se obtiene utilizando la fórmula desarrollada.
r=0,32 anual
n= 4 trimestres

$$i_p = \frac{r}{n} = 0{,}32/4 = 0{,}08 \text{ (Interés efectivo trimestral)}$$

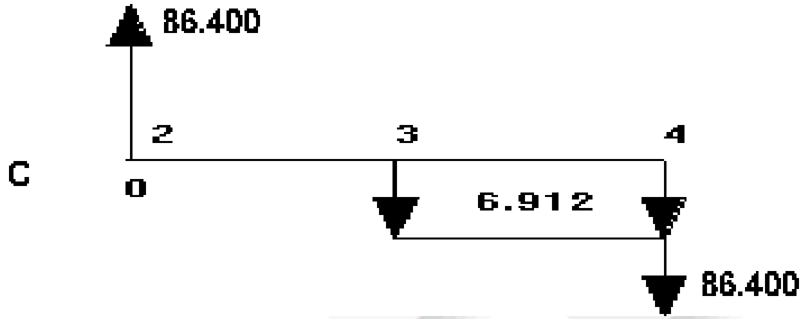
Inicialmente INSA acude al banco A para solicitar el $1'000.000 requerido El pago de intereses al banco A genera una serie uniforme con un valor de $80.000, es decir el 8% de $1'000.000 durante 4 trimestres.



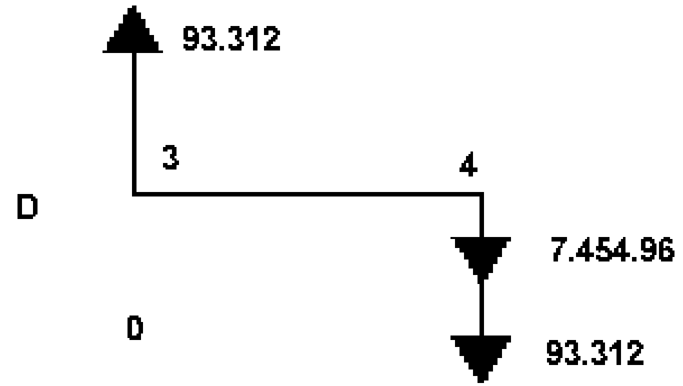
Una vez transcurrido el primer trimestre del año, INSA acude al banco B para solicitar los $80.000 que debe pagar de intereses en el banco A.



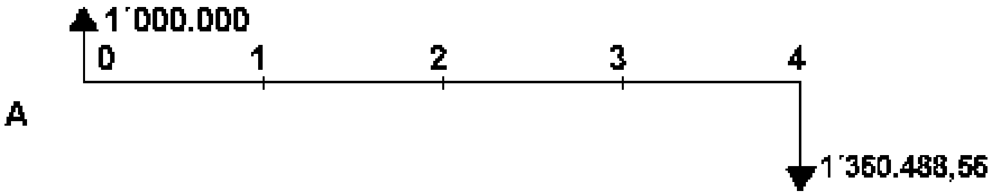
El pago de intereses al banco B genera una serie uniforme con un valor de $6.400 (8% de $80.000) durante los tres trimestres que restan del año.
Ya han pasado dos trimestres e INSA acude al banco C para solicitar los $80.000 que debe pagar al banco A, más los $6.400 de intereses a pagar en el banco B



El pago de intereses al banco C genera una serie uniforme de 2 flujos con un valor de $6.912 (8% de %86.400).
Transcurridos tres trimestres, INSA acude al banco D para solicitar el dinero que debe pagar por intereses: $80.000 al banco A, más $6.400 al banco B, más $6.912 al banco C.



El pago de intereses al banco D genera un flujo de $7.464,96.
Al finalizar el año INSA debe cancelar todos los préstamos más los intereses causados en el último trimestre en cada uno de los bancos.



Lo que INSA efectivamente pagó por intereses fueron $360.488,96, es decir, el 36.048896% del $1'000.000. Utilizando la fórmula desarrollada obtenemos:

E = 0,36048896
E = 36.048896%

Ejemplo 7. Usted está pensando en abrir una cuenta en uno de tres bancos. Cuál de ellos ofrece la mejor tasa de interés?

Banco N.1 Interés anual del 6.7% capitalizado trimestralmente vencido.
Banco N.2 Interés anual del 6.65% capitalizado mensualmente vencido.
Banco N.3 Interés anual del 6.65% Capitalizado continuamente.
Para el Banco N.1 : r = 6.7%, n=4

$E_1 = (1 + r / n) -1$

$E_1 = (1 + 0.067 / 4)^4 - 1$

$E_1 = 6.87\%$ efectivo

Para el Banco N.2: $r = 6.65\%$, $n = 12$

$E_2 = (1 + 0.0665 / 12)^{12} - 1$

$E_2 = 6.856\%$ efectivo

Para el Banco N.3: $r = 6.65\%$, $n = 365$

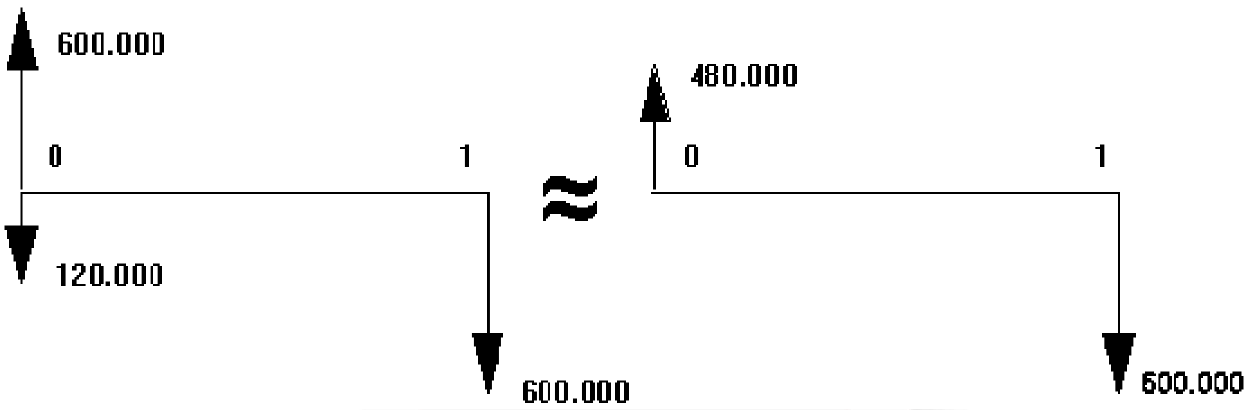
$E_3 = (1 + 0.0665 / 365)^{365} - 1$

$E_3 = 6.875\%$ efectivo

Entonces el banco N.3 es el que ofrece una tasa de interés más favorable.

Intereses Anticipados vs Vencidos (Efectivos)

Ejemplo 8. Usted solicita un préstamo de $600.000 a un año y por ellos le cobran un interés anticipado del 20%. Cuál es el interés efectivamente pagado por el dinero?



$$i = \frac{i_a}{(1-i_a)} = \frac{0.2}{(1-0.2)} = 0{,}25$$

i = 25%

Note que usted solo recibe $480.000 y al pagar $600.000 esta pagando $120.000 más de lo que recibió lo cual representa un 25% de interés:

$$\frac{120.000}{480.000} = 0.25$$

Ejemplo 9. Si un banco quiere obtener una tasa efectiva anual del 36%, cuánto deberá cobrar en forma anticipada anual para obtenerla?

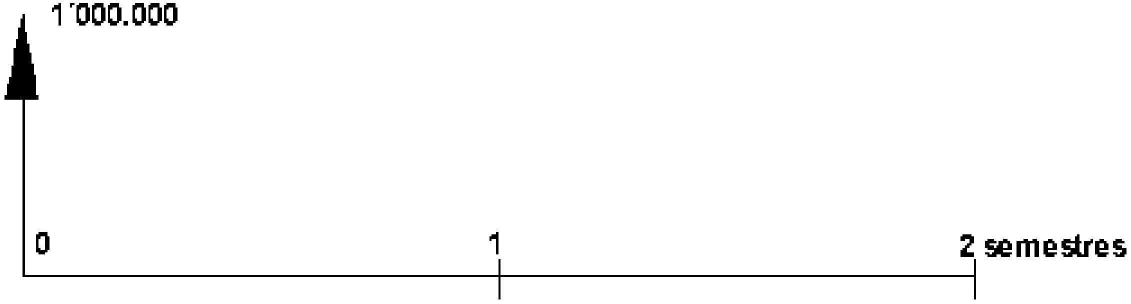
$$i_a = \frac{i}{(1+i)} = \frac{0.36}{(1+0.36)} = 0{,}26470588$$

ia=26.47% anual

Relación de equivalencia entre nominal y efectivo cuando la forma de capitalización del subperiodo es anticipado

Ejemplo 10. INSA Ltda requiere $1'000.000 durante un año, y para ello acude a la banca comercial, la cual está prestando al 30% nominal anual pagadero semestralmente anticipado. Como INSA requiere del $1'000.000 durante todo el año, deberá inicialmente solicitar un monto lo suficientemente adecuado para que al descontarle los intereses reciba el millón completo, y cada vez que requiera pagar intereses, efectuará una operación similar con otro banco, de forma que no requiera hacer desembolsos de sus propios fondos.

Realice diagramas que ilustren la operación con cada banco y el resultado neto. Compare los resultados de los diagramas con el obtenido mediante la fórmula desarrollada.



r =0,30; n =2

ia =

$$i_p = \frac{r}{n} = \frac{0,30}{2} = 0,15$$

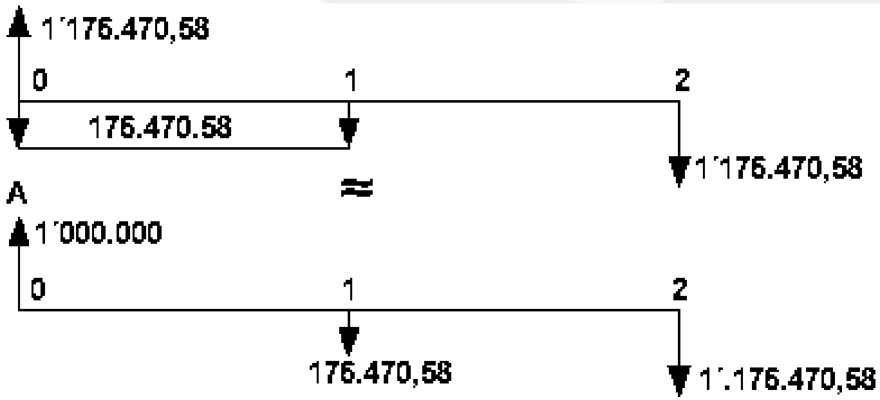
(interés semestral anticipado)

P(1 - ia) = 1'000.000

$$P = \frac{1'000.000}{1 - i_a} = \frac{1'000.000}{1 - 0,15}$$

P = 1'176.470,588

Inicialmente INSA acude al banco A con el fin de solicitar $1'176.470,588 para poder disponer durante el año del millón de pesos, ya que los $176.470,588 se emplean en el pago adelantado de intereses por el primer semestre.

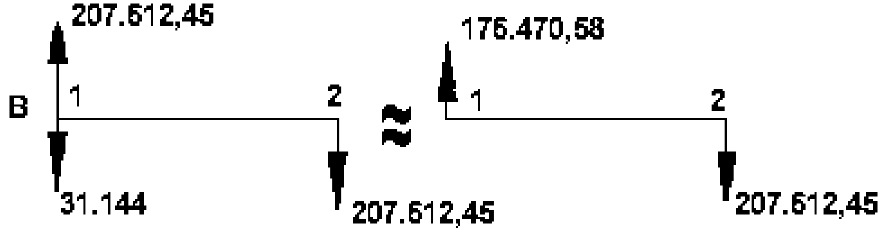


La equivalencia entre los diagramas se interpreta así:

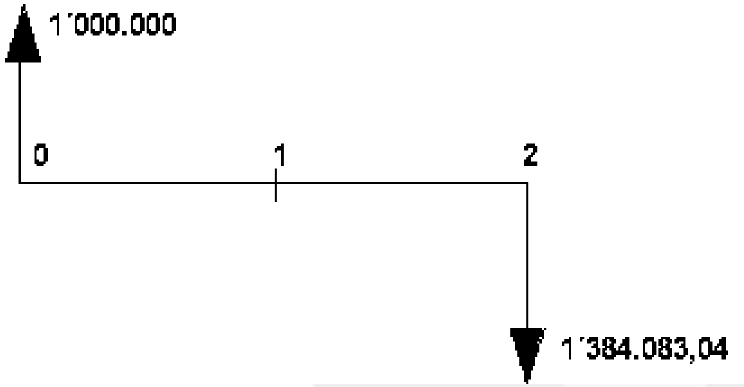
Pagar el 15% semestral anticipado por $1'176.470,588 (diagrama 1), es igual que pagar el 17,6470588% semestral vencido por el $1'000.000 (diagrama 2).

Para pagar los intereses del banco A del segundo semestre INSA acude al banco B.
$P(1 - ia) = 176.470,588$
$P = 176.470,588/(1 - 0,15)$
$P = \$207.612,4565$

Ya que INSA debe pagar $176.470,588 al banco A más los interés adelantados por el segundo semestre del año al banco B, el préstamo a solicitar en éste es de $207.612,4565.



De igual manera, pagar el 15% semestral anticipado por $207.612,4565, es igual que pagar el 17,6470588% semestral vencido por $176.470,588. Al finalizar el año, INSA debe cancelar los préstamos a los bancos A y B.



INSA efectivamente pagó por interés $384.083,045, es decir el 38,4083045% del $1'000.000.
Utilizando la fórmula desarrollada se tiene:

$$E = \frac{1}{(1 - r/n)^n} - 1 = \frac{1}{(1 - 0{,}15)^2} - 1$$

E = 0,38408304
E= 38.40%

Relación RV vs RA

Ejemplo 11. Un banco busca obtener un interés efectivo anual equivalente para sus diferentes formas de presentación de tasas a cobrar. Si una de dichas tasas es el 34% trimestre anticipado, cuál será la tasa nominal que pagada trimestralmente vencida sea equivalente?

r_a = 34% trimestral

n = 4

$$r_v = \left[\frac{n r_a}{(n - r_a)}\right] = 4(0{,}34)/(4 - 0{,}34)$$

rv = 0,3715846995 trimestral
rv = 37,15846995% trimestral

b. Si las n son diferentes:

$$E_v = \left[1 + \frac{r_v}{n_v}\right]^{n_v} - 1$$

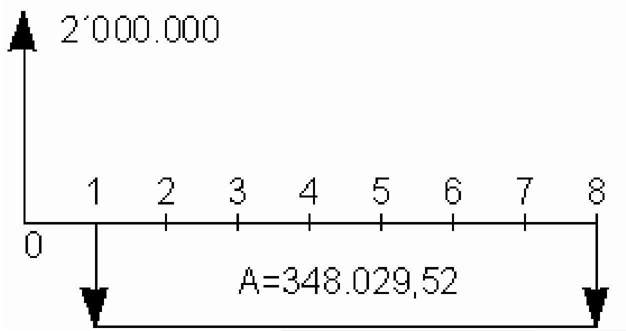
$$Ea = \left[\frac{1}{1 - r_a / n_a}\right]^{n_a} - 1$$

Igualando Ev y Ea se obtiene:
ra = na[1 - (nv/(nv + rv))nv/na]

$rv = nv[(na/(na - ra))na/nv - 1]$

Ejemplo 12. Un banco ofrece a sus clientes varias modalidades de pago e intereses en sus diversas líneas de crédito para industrias ya establecidas, pero desde el punto de vista del banco son equivalentes, una de ellas, por ejemplo, para el préstamo de 2 000.000 a 2 años y con intereses del A% nominal anual pagadero trimestralmente vencido, genera cuotas (que incluyen capital e intereses) trimestrales por un valor de $ 348.029,52 cada una.
Cuál sería la cuota uniforme semestralmente anticipada a pagar con intereses nominales anualmente pagaderos semestralmente anticipados?

$P = A [(1 + i)^n - 1] / [(1 + i)^n i]$
P = $ 2 000.000
A = $ 348.029,52
n = 8 trimestres
i = interés trimestral efectivo



Reemplazando:

$2\ 000.000 = 348.029,52 [(1 + i)^8 - 1] / [(1 + i)^8 i]$, por calculadores i = 8%
por prueba y error i = 8% efectivo trimestral.

El interés nominal anual será:
$r / n = 0,08$
r = 32% nominal anual

La cuota uniforme semestralmente anticipada con intereses nominales anuales la encontramos así:

$P = A + A [(1+ i)^n -1] / [(1 + i)^n i)$
$P = 2\ 000.000$
$n = 3$ meses
A = valor de al cuota
$i_{sem} = (1 + i_{trim})^n -1$
$i_{sem} = (1 + 0{,}08)^2 - 1$
$i_{sem} = 0{,}1664 = 16{,}64\%$

Reemplazando:
$2\ 000.000 = A + A [(1 + 0{,}01664)^3 - 1] / [(1 + 0{,}01664)^3 (0{,}01664)]$

$A = 620.628{,}78$ cuota semestral anticipada.

Tasas de interés en cadena

Ejemplo 13. Se recibe, de una corporación de ahorro y vivienda, un préstamo de $10'000.000 en un momento en que el valor de la UPAC es $5.000 La corporación colocó las siguientes condiciones:

Plazo: un año
Interés: corrección monetaria del 21% anual y un interés adicional del 10% efectivo anual sobre saldo corregido.
En pesos:

Sobre los $10'000.000 se hace la corrección monetaria que es del 21% anual:

10'000.000(1+0.21) = $12'100.000

Es decir, los $10'000.000 equivaldrían a $12'100.000 dentro de un año, siendo éste el saldo corregido. Sobre dicho saldo se aplica ahora el interés adicional del 10% efectivo anual en el mismo año:

12'100.000(1+0.1) = $13'310.000

Esta cantidad, $13'310.000 es lo que debe pagarse al final del año de plazo, y por tanto en este momento la UPAC debe ser también corregido:

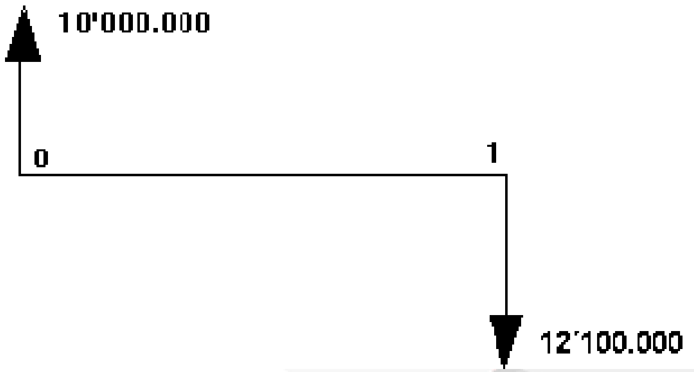
Valor del UPAC: $5.000 5000(1+0,21)= $6.050

0_______________1

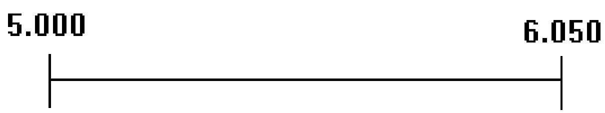
Entonces, una UPAC vale $6.050.

Si se observa los $10'000.000 en términos de UPACS en el momento del préstamo y al término de un año se tiene entonces mediante la aplicación de la corrección monetaria:

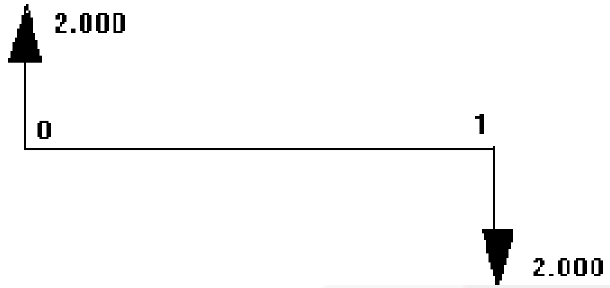
Pesos:



Valor del UPAC:



UPAC`s



Como se observa, la UPAC conserva su poder adquisitivo, es decir, tanto en el momento del préstamo como al finalizar el año de plazo, éste equivale a 2.000 UPACS.

Aplicando ahora el interés adicional del 10% sobre el saldo corregido del préstamo, obtenemos la cantidad total a pagar tanto en pesos como en UPACS.
Pesos: $12'100.000(1+0.1) = $13'310.000
UPACS: 2.000(1+0.1) = 2.200 (UPACS de ese momento)

Se sabe que el valor final del UPAC es $6.050., luego:
2.200($6.050) = $13'310000

Que concuerda con la cantidad calculada inicialmente.
De analizar el anterior ejemplo, se puede concluir fácilmente que si tenemos:
i1= tasa de interés efectiva del tipo 1
i2= tasa de interés efectiva del tipo 2
it= tasa de interés efectiva total (Reúne los tipos de interés)

Se obtiene:

[32]
it= (1+i1) (1+i2) - 1

En el Ejemplo 3.14:

i1= tasa por corrección monetaria (21%)
i2= tasa de interés adicional (10%)
it= (1+0.21) (1+0.1) - 1 = 33,1%
Con este interés efectivo total podemos directamente obtener el saldo final:

$10'000.000 (1+0.331) = $13'310.000

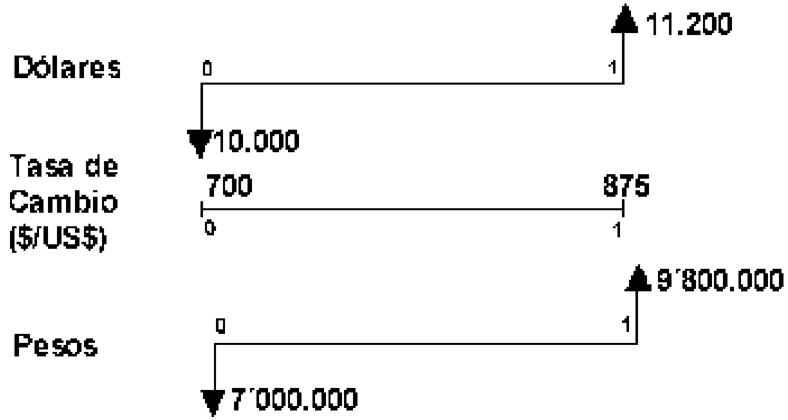
NOTA: Debe tenerse en cuenta que i1 e i2 sean tasas de interés efectivas en su tipo, y correspondientes al mismo periodo de tiempo.

El anterior no es el único caso en el que se presentan intereses en cadena, también los hay cuando por ejemplo, se hace una inversión en el exterior en moneda de ese país, supongamos Estados Unidos cuya moneda es el dólar.
Por ello, habrá que convertir, inicialmente, los pesos en dólares, invertir los dólares (en Estados Unidos) sobre los cuales se recibe un interés por rentabilidad de la inversión, generándose un nuevo monto en dólares. Estos "nuevos" dólares al convertirlos en pesos, reportarán un mayor número de pesos por cada dólar, esto por efecto de la devaluación.

Ejemplo 14. Supongamos que un inversionista colombiano va a realizar un proyecto en USA que consiste en invertir US$10.000, para recibir al cabo de un año US $11.200. Si al momento de realizar la inversión la tasa de cambio es $700 por cada dólar y al final del año será un 25% mayor por efecto de la devaluación. Cuál será la rentabilidad lograda en pesos colombianos?

i1= interés en USA en dólares
i2= devaluación del peso respecto al dólar (debido a la devaluación, al cambiar un dólar por pesos, se debe recibir una mayor cantidad de pesos)
it= interés total recibido en pesos colombianos
Periodo: 1 año
i1= (11.200-10.000)/10.000 = 12%
i2= 25%
it= (1+0.12) (1+0.25) - 1 = 40%

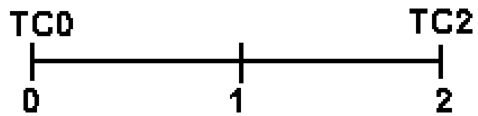
Observemos el movimiento en dólares, pesos y la tasa de cambio:



Es equivalente a hacer el cálculo:
7'000.000*(1+0.4)= $9'800.000

Ejemplo 15. Un inversionista Colombiano piensa invertir $20'000.000 en un proyecto mexicano, el cual requiere exactamente esa cantidad a la tasa de cambio actual. Este dinero rentará en México un equivalente al 2,5% mensual, obteniéndose al cabo de 2 años NPMEX$180.872,60.
Si el peso colombiano, a un ritmo de devaluación del 20% anual respecto al nuevo peso mexicano (NPMEX$) tiene al cabo de 2 años una tasa de $288 pesos colombianos por cada nuevo peso mexicano ($288/NPMEX$). Cuál será la rentabilidad anual obtenida por el inversionista colombiano y cuál será el flujo tanto en pesos colombianos como en nuevos pesos mexicanos?

Se calcula inicialmente la tasa de cambio actual, sabiendo que dentro de 2 años la tasa de cambio será $288/NPMEX$ y la devaluación será del 20%:



Conociendo TC0 y aplicando la devaluación tendríamos:
$TC1= TC0(1+0.2)^2$

Luego:
$288/NPMEX$= TC0 (1,44)

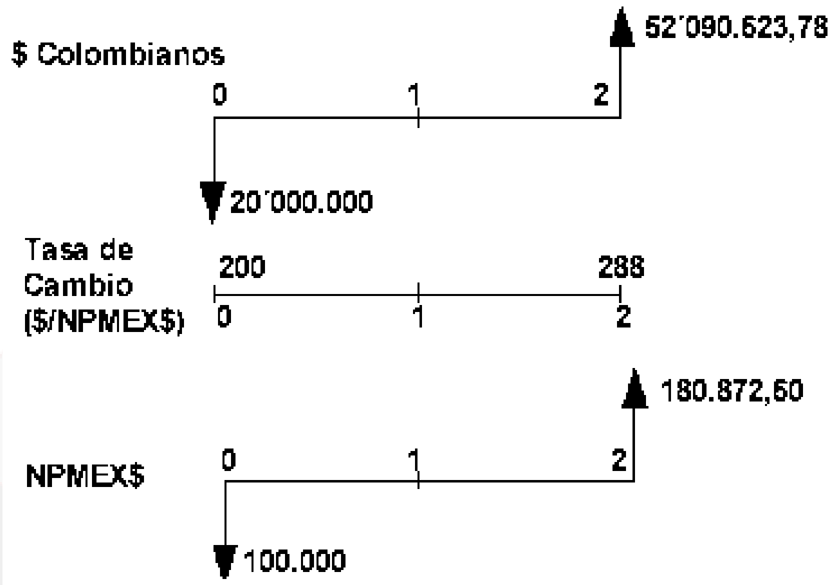
TC0=$200 / NPMEX$

i1= interés anual en nuevos pesos mexicanos
i2= devaluación anual del peso colombiano respecto al nuevo peso mexicano
it= interés anual en pesos colombianos

i1=$(1+0{,}025)^{12}$ - 1 = 34,488%
i2= 20%
it= (1,34488) (1,2)- 1 = 61,386%

Por los 2 años, el inversionista obtendría:
F= 20'000.000 $(1+0{,}61386)^2$ = $52'090.623,78

Los flujos serían entonces:



EJERCICIOS INFLACION Y DEVALUACION

Relación de equivalencia entre interés y interés duro

Ejemplo 1. Un proyecto consiste en invertir $3'000.000 para recibir 1 año después $2'125.000, 2 años más tarde $1'750.000 y 3 años después $1'375.000. Si en el momento de invertir los $3'000.000 el índice de precios al consumidor es 600, un año después 750, dos años después 937,5 y tres años más tarde 1.171,875, cuál será la rentabilidad del proyecto en pesos corrientes y en pesos constantes?

En pesos corrientes:

Llevando a presente se obtiene:

3'000.000=2'125.000(P/A,i,3) - 375.000(P/G,i,3)

$$3'000.000 = 2'125.000 * \frac{(1+i)^3 - 1}{(1+i)^3 * i} - 375.000 \frac{(1+i)^3 - 1 - 3*i}{(1+i)^3 * i^2}$$

Evaluando hallamos i = 37,5%

Otra forma es llevando cada flujo a presente:
3'000.000= 2'125.000/(1+i) + 1'750.000/(1+i)2 +1'375.000/(1+i)3

Nuevamente por prueba y error ó por un método para hallar raíces se obtiene que i=37,5%.
En pesos constantes:
El primer paso es hallar el crecimiento porcentual del índice de precios en cada periodo:

$$\frac{750-600}{600} = 0,25$$

Análogamente podemos comprobar que el índice de precios al consumidor tiene un crecimiento porcentual en cada periodo del 25%.

Inflación	25%	25%	25%	25%
IPC	600	750	937,5	1.171,875

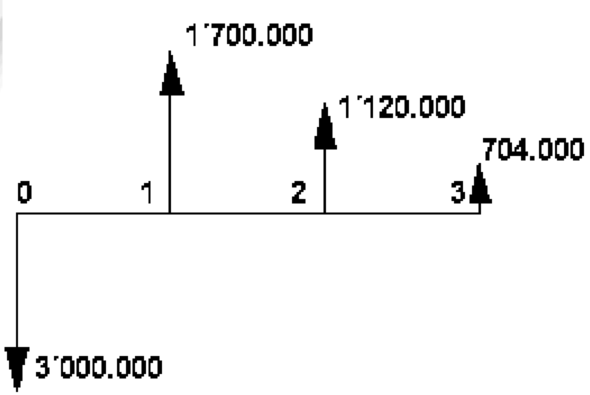
Si la inflación no fuera igual para todos los periodos el i_D a hallar sería aproximado.

Se pasa ahora cada flujo a pesos constantes, utilizando el porcentaje de crecimiento del índice de precios al consumidor (INFLACIÓN).

Para el primer flujo:
2'125.000/(1+0,25) = 2'125.000(600)/750 = 1'700.000

Para el segundo flujo:
1'750.000/(1+0,25)2= 1'750.000(600)/937,5 = 1'120.000

Para el último flujo:
1'375.000/(1+0,25)3= 1'375.600(600)/1.171,875 =704.000



Para llevar cada flujo a presente se debe trabajar con el i_D (ganancia libre de inflación) pues se está hablando de pesos constantes:

$$3'000.000 = \frac{1'700.000}{(1+i_D)} + \frac{1'120.000}{(1+i_D)^2} + \frac{704.000}{(1+i_D)^3}$$

Evaluando obtenermos i = 10%.

Se puede verificar este valor reemplazando en la fórmula obtenida:

$$i_D = \frac{(i - INF)}{(1+INF)} = \frac{(0,375 - 0,25)}{(1+0,25)} = 0.1$$

i_D=10%

Ejemplo 4.3. Un inversionista estadounidense está realizando un proyecto de inversión en Colombia que ofrece una rentabilidad en pesos colombianos de 35% anual. Si él en su país logra una rentabilidad del 10% anual, cuál será la tasa de devaluación del peso respecto al dólar, por encima o por debajo de la cual se hará atractivo el proyecto?

i_{Col}=35%

i_{Usa}=10%

DEV=?

$$DEV = \frac{(1+0,35)}{(1+0,1)} - 1 = 0,2272$$

DEV=22,72%

Ejemplo 4.4

Si la rentabilidad del 35% en Colombia está acompañada de una inflación del 25%, cuál sería la tasa de inflación en Estados Unidos que generaría un interés libre de inflación equivalente al obtenido en Colombia, si la rentabilidad de dicho país es del 10%?

$INF_{Col} = 25\%$

$i_{Col} = 35\%$

$i_{Usa} = 10\%$

$i_D = ?$

Hallemos primero el valor de la inflación en Estados Unidos:

$$INF_{Usa} = \frac{(1+INF_{Col})(1+i_{Usa})}{(1+i_{Col})} - 1$$

$$INF_{Usa} = \frac{(1+0,25)(1+0,10)}{(1+0,35)} - 1 = 0,01851$$

$INF_{Usa} = 1,851$

Podemos ahora calcular el valor del i_D:

$$i_D = \frac{(1+i_{Usa})}{(1+INF_{Usa})} - 1$$

$$i_D = \frac{(1+0,10)}{(1+0,01851)} - 1$$

$i_D = 8\%$

Ejemplo 4.5. La tasa de cambio del peso colombiano respecto al dólar es \$1000/US\$, y la tasa de cambio del Bolívar respecto al dólar es Bs\$200/US\$; durante el próximo año se espera una inflación en Colombia del 25% y en Venezuela del 35%.Suponiendo que se parte del equilibrio cambiario y con una inflación en Estados Unidos del 4%, cuál será dentro de un año la tasa de cambio del peso respecto al Bolívar que genera equilibrio cambiario?

$INF_{Col} = 25\%$

$INF_{Usa} = 4\%$

$INF_{Ven} = 35\%$

$TC_{Col} = \$1000/US\$$

$TC_{Ven} = Bs\$200/US\$$

$TC_{Col/Ven} = ?$

Hallamos las futuras tasas de cambio de Venezuela y Colombia:

$$F/S = \frac{(1+INF_{Col})}{(1+INF_{Usa})}$$

$$F = \frac{(1+INF_{Col}) * S}{(1+INF_{Usa})}$$

$$F = \frac{(1+0,25)(\$1000/US\$)}{(1+0,04)} = \$1201,92/US\$$$

Igualmente para Venezuela:

$$F = \frac{(1+0,35)(Bs\$200/US\$)}{(1+0,04)} = Bs\$259,62/US\$$$

Calculemos ahora la tasa de cambio Colombia - Venezuela:

$$TC_{Col/Ven} = \frac{(\$1201,92/US\$)}{(Bs\$259,62/US\$)} = \$4,63/Bs\$$$

Ejemplo 4.6. Un inversionista estadounidense está acostumbrado a obtener una tasa en dólares constante del 10%. Durante el próximo año espera una inflación en su país del 5%. Está pensando en invertir en Colombia y sabe que dicho país actualmente tiene una tasa de cambio en equilibrio, y piensa mantenerla devaluando mensualmente un 2%.

¿Cuál será la tasa de interés en pesos que hace equivalente para dicho inversionista invertir en Colombia?

i_D=10%

DEV=2% mensual

INF_{Usa}=5%

i_{Col}= ?

Puesto que los datos están dados para un año, hallemos entonces la devaluación anual:

$DEV_{anual}=(1 + DEV_{mensual})^{12} - 1$

$DEV_{anual}=(1 + 0,02)^{12} - 1 = 26,82\%$

Como se dice que hay una tasa de cambio en equilibrio, el i_D en los dos países será igual:

$$iD_{Col}= \frac{(1+i_{Col})}{(1 + INF_{Col})} - 1 = i_{D\ Usa} = 0,10$$

Necesitamos entonces la inflación en Colombia:

$$\frac{(1+INF_{Col})}{(1+INF_{Usa})} = 1 + DEV$$

$INF_{Col} = (1 + 0,2682)(1 + 0,05) -1 = 0,3316$

Ahora sí, calculemos el interés corriente en Colombia:

$((1 + i_{Col})/(1 + INF_{Col}))- 1 = 0,10$

$i_{Col} = (1 +0,10)(1 + 0,3316) - 1 = 0,4647$

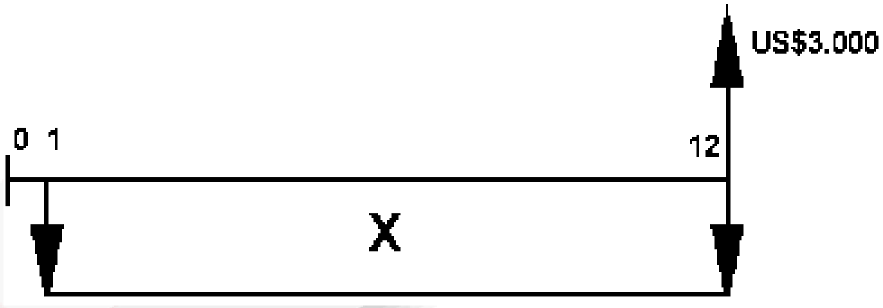
i_{Col} = 46,47%

Ejemplo 4.7. Un profesor ganó una beca para estudiar en Estados Unidos y tiene un año para ahorrar el dinero que le cuesta el curso de inglés por valor de us$3.000 (no incluido en la beca). Para esto va a una Corporación de Ahorro y Vivienda la cual paga un interés del 24% anual con un interés adicional del 8% anual capitalizable mensualmente vencido. Si se conoce que la inflación en Colombia el año anterior fue del 28%,y en USA fue del 5,35% y la tasa de cambio en ese momento es $700/us$. Calcular:

a) ¿Qué cantidad en pesos colombianos debe ahorrar mensualmente el profesor para tener al cabo de un año el equivalente a los us$3.000 ?
b) ¿Cuál sería la cantidad que debería ahorrar el profesor en UPACS ,teniendo en cuenta que el valor del UPAC hoy es $5,000
c) ¿Cuál sería la cantidad que debería ahorrar si el monto mensual es el mismo en pesos de hoy?

Datos
ii=24% anual
INF_{Col}=28%
i adicional=8% M.V.
INF_{Usa}=5,35%
TC0=TC(Enero 1/92)=$700/us$

a) X=F(A/F,i,12)



Calculamos la devaluación:

$$DEV = \frac{(1+INF_{Col})}{(1+INF_{Usa})} - 1$$

$$DEV = \frac{(1+0{,}28)}{(1+0{,}0535)} - 1$$

DEV=21,5%

Hallamos la TC1
TC1 = TC0(1+DEV)
TC1 = $700/us$(1+0,215)
TC1 = $850,5/us$

Ahora calculamos el interés total mensual efectivo

$$i \text{ adicional mensual} = \frac{r}{m} = \frac{8}{12}$$

i adicional mensual = 0,6666%
i mensual $=(1+ii)^{1/n}-1$
i mensual $=(1+0{,}24)^{1/12}-1$
i mensual = 1,8088%
i_T =(1+i adicional mensual)*(1+i mensual)-1
i_T =(1+0,006666)*(1+0,018088)-1
i_T =2,4875% mensual

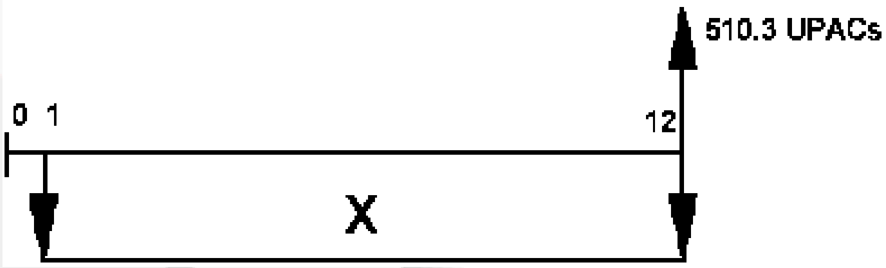
Ahora podemos calcular el costo del curso de inglés en pesos colombianos
us$3000*$850,5 = $2'551.500

Reemplazando en el factor obtenemos
X=2'551.500(A/F,2.4875%,12)=$185.081,80

b) Al valor del UPAC le aplicamos el ii=24% anual y obtenemos:

$5.000(1+0,24)=$6.200

Si el valor del UPAC hoy es de \$5.000 el costo del curso en UPACS será:
\$2'551.500/(\$5.000/UPAC)=510,3 UPACS



X=F(A/F,0,6666%,12)
X=40,988 UPACS

Lo que equivale a:
40,988UPAC*\$6.200/UPAC=254.127,75

c) Calculamos en pesos constantes el valor del curso:

$$\$constantes(0) = \frac{\$corrientes(n)}{(1+INF_{Col})}$$

$$\$constantes(0) = \frac{2'551.500}{(1+0.,28)}$$

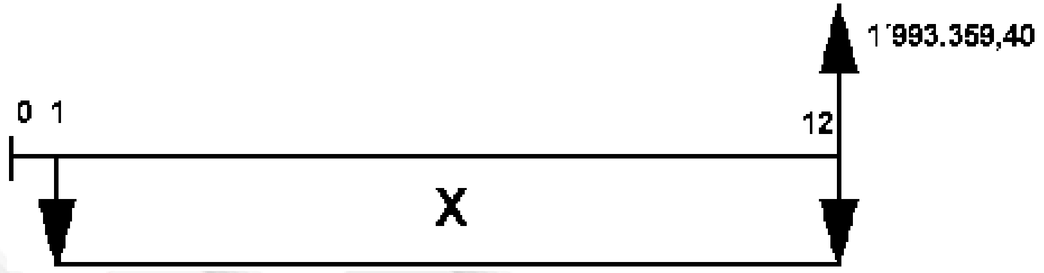
\$constantes(0) = \$1'993.359.40

Conocida la inflación anual obtenemos la inflación mensual:
INF mensual = $(1+0,28)^{1/12}-1$
INF mensual = 2,0785% mensual

Entonces el interés duro (i_D) será:

$$i_D = \frac{(1+i_T)}{(1 + INF_{mensual})} - 1$$

i_D = 0,40165% mensual



X=1'993.359,40(A/F,0,40165%,12)

X=$162.475,60

Ejemplo 4.8. Una empresa colombiana va a comprar una máquina a un proveedor de Estados Unidos y este ofrece dos sistemas de pago que para él son equivalentes. El primero, consiste en 8 pagos trimestrales de US$2.849,13 y el segundo en 4 pagos semestrales de US$5.783,73. El interés trimestral es del 3%. El valor de la máquina es de US$20.000. Si la tasa de cambio en el momento de la compra es de $1.055/US$ y dos años después será de $1559/US$ con una devaluación constante, determinar:

a. Interés a pagar si se toma el sistema de cuotas semestrales.
b. Interés efectivo anual de financiación.
c. Saldo en pesos de la deuda transcurrido un año.

a. Para hallar el interés semestral utilizamos la siguiente fórmula:

$I_{SEM} = (1 + I_{TRIM})^n - 1$ donde n = 2

$I_{SEM} = (1 + 0.03)^2 - 1$

I_{SEM} = 0.0609 = 6,09%

b. El interés efectivo anual depende de dos tasas de interés:

El interés que cobra el proveedor estadounidense y el interés de la devaluación de nuestra moneda, por lo que tenemos un interés en cadena.

$I_{EF\text{-}TRIM} = (1 + DEV_{TRIM}) (1 + I_{TRIM}) - 1$

Para saber el valor porcentual de la devaluación de nuestra moneda lo hacemos de la siguiente manera :

TC1 = TCO + Dev * TCO
(TC1 - TC0) / TC0 = Dev
(1559 - 1055) / 1055 = 0,47777 (Dev en 2 años)

Ahora calculamos la devaluación en un año :
i = (1 + ii) ^(1/n) - 1
i = (1 + 0,47777)^(1/8) - 1 = 0,05 = 5%

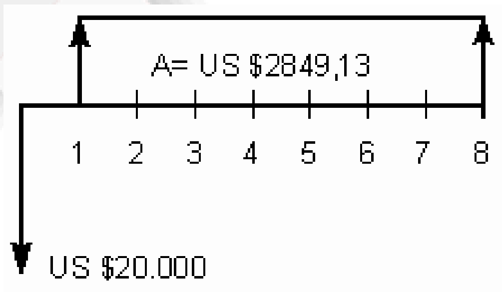
Reemplazando en:
$i_{ef\text{-}trim} = (1{,}05) (1{,}03) - 1$

$i_{ef\text{-}trim} = 0{,}0815$

Para conocer el interés efectivo anual usamos nuevamente la fórmula que relaciona las unidades periódicas:
$i_{ef\text{-}anual} = (1 + 0{,}08135)^4 - 1$

$i_{ef\text{-}anual} = 0{,}368 = 36{,}8\%$ anual

c.



Nos trasladamos al cuarto trimestre

$P = 2849{,}13 [(1.03)^4 - 1] / [(1.03)^4 (0.03)]$
P = US$10.590,5

Esto es lo que hasta ahora se ha pagado, pero como estamos situados en la mitad de un flujo uniforme, este valor es el saldo de la deuda. Hallamos la devaluación anual:

$DEV_{ANUAL} = (1,05)^4 - 1$

$DEV_{ANUAL} = 0.2155 = 21,55\%$ anual

Con la relación básica de equivalencia sabremos el valor de la tasa de cambio dentro de un año, pues vamos a llevar un valor presente a un valor futuro conocido.
(El interés será la devaluación en este caso)
$F = P (1 + DEV)^n$
$F = 1055 (1.2155)^1$
F = $ 1.282,3525 / US$

Luego el saldo en pesos es:
S = (US$ 10.595,50) ($ 1.282,3525 /US$)
S = $ 13 587.165,91

Ejemplo 4.9.

Suponga que Colombia, Estados Unidos y Alemania parten de una situación de equilibrio en 1995 y para el próximo año se esperan entre otros los siguientes parámetros económicos:

Tasas de interés del peso en Colombia 33%
Inflación en Colombia 19%
Tasas de interés del dólar en USA 14%
Tasas de inflación en Alemania 12%

Las tasas de cambio iniciales son:
Pesos por dólar 1055
Marcos por dólar 5

a. Si se espera continuar dentro de un año con situación de equilibrio, determine la tasa de cambio esperada:
- Del peso respecto al dólar
- Del marco respecto al dólar

b. ¿Cuál será la tasa de interés del marco?

a. Para hallar el valor de la tasa de cambio del peso ante el dólar usamos la fórmula que relaciona la devaluación con la tasa de cambio, pero desconocemos la devaluación del peso ante estas dos monedas.

La devaluación del peso ante el dólar la hallamos así:

$DEV = (1 + INF_{COL}) / (1 + INF_{USA})$

$INF_{USA} = [(1 + I_{USA}) (1 + INF_{COL}) / (1 + I_{COL})] -1$

$INF_{USA} = 0.02 = 2\%$

Reemplazando en la fórmula de devaluación:

$DEV = [(1 + 0.19) / (1+ 0.02)] - 1$

$DEV = 0,166 = 16,66\%$ ANUAL

Ahora si utilizamos la relación de devaluación con tasas de cambio:

$DEV = [TC_1 / TC_0] - 1$ Entonces:

$TC_1 = (1,166) (\$1.055 / US\$)$

$TC_1 = \$1230,83 / US\$$

Para hallar la tasa de cambio del marco ante el dólar repetimos el proceso anterior:

$DEV = [(1 + INF_{ALEM}) / (1 + INF_{USA})] - 1$

$DEV = (1,12 / 1,02) - 1$

$DEV = 0,098 = 9,8\%$ ANUAL

$TC_1 = (DEV + 1) (TC_0)$

$TC_1 = (1,098) (DM\ 5 / US\$)$

$TC_1 = DM\ 5,49 / US\$$

b.

$I_{ALEM} = \{ [(1 + I_{COL}) (1 + INF_{ALEM})] / [1 + INF_{COL}] \} - 1$

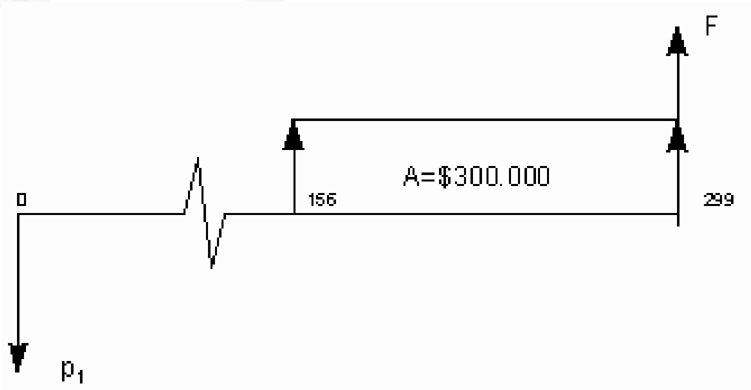
$I_{ALEM} = \{ [(1,33) (1,12)] / [1,19] \} - 1$

$I_{ALEM} = 0,2517 = 25,17\%$ ANUAL

Ejemplo 4.10. Un magnate piensa depositar hoy un dinero con el propósito de heredar a sus hijos trillizos, que están cumpliendo 5 años, un dinero que podrá retirar cada uno al comienzo de cada mes con montos equivalentes en su momento a lo que hoy se compra con $300.000; a partir de su mayoría de edad y hasta que cumplan 30 años, momento en el cual ya deben tener definida su profesión.

Si el dinero depositado devenga un interés del 34% anual y la inflación esperada es del 19% anual. Cuánto deberá depositar el magnate hoy?

Cuando los hijos cumplan 18 años serán 156 meses y cuando cumplan los 30 serán 299 meses:



I_T = 34% ANUAL

INF = 19% ANUAL

$I_D = (I - INF) / (1 + INF)$

$I_D = (0,34 - 0,19) / (1 + 0,19)$

$I_D = 0,15 / 1,19$

I_D = 12,605% ANUAL

Equivalente mensualmente a:

$I_M = (1 + I_A)^{1/2} - 1$

I_M = 0.9942092% mensual

Para hallar la cantidad presente para este conjunto de flujos, hallamos:

F = A (F/A, 0,9942092%, 144)

que corresponde a la serie uniforme situada en el periodo 156 y con duración de 144 periodos

F = 300.000 (F/A, 0,9942092%, 144)

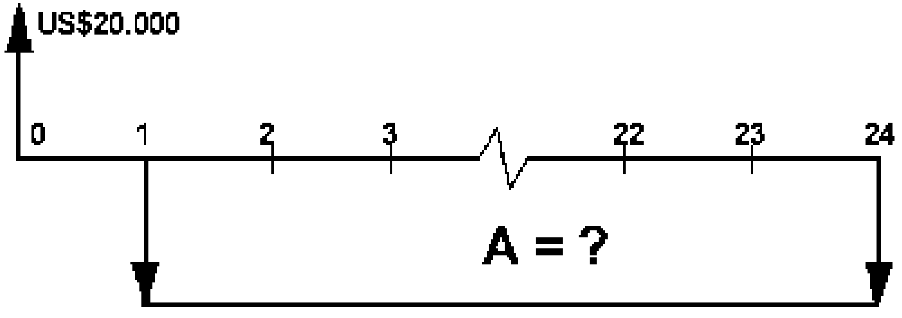
F = $95 236.249,8139

que para el siguiente se toma como un F_1

P = F (P/F, 0 ,99442092%, 299)

P = $4 944.892,7310

Ejemplo 4.11. Una empresa requiere tecnificar su sistema productivo para enfrentar la apertura económica y para ello va a importar una nueva máquina fabricada en Estados Unidos y con un valor de adquisición de US$ 20.000. El proveedor está dispuesto a financiar la máquina con un interés del 9% M.V. y un plazo de 2 años con pagos uniformes (incluyendo capital e intereses) cada uno al final de cada mes.
Si la tasa de cambio hoy es de $725 por dólar y se espera una devaluación anual de 19,5618%.
Determine el saldo de la deuda en dólares y pesos al cabo de 6 meses.



Solución:

Hallamos el interés del periodo mensual : 9 % M.V. = 9/12 = 0.75% mensual
Calculamos la devaluación mensual :
$i = (1+ii)^{1/n}-1$, $i = (1+0.195618)^{1/12} -1 = 1.5\%$

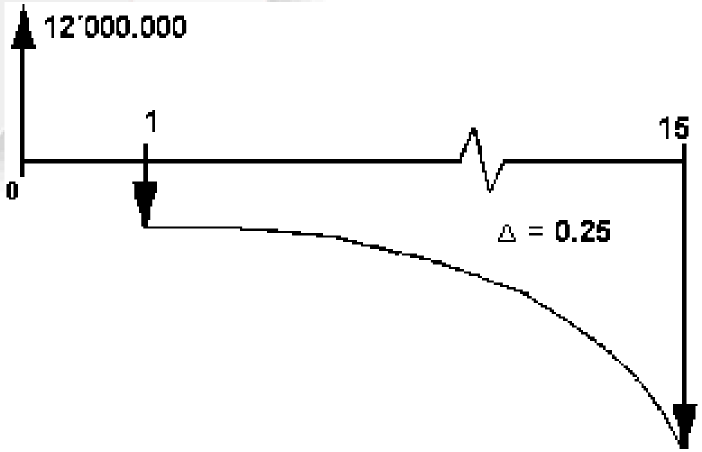
Ahora calculamos el valor de A
(A/P,i,n) por programa de calculadora A = US$913,7 aproximadamente.

Entonces,
Saldo = 913,7 (P/A, 0.0075, 18), por programa de la calculadora tenemos :
Saldo = US $ 15331
Saldo en pesos = $15331*725\ (1.015)^6$

Saldo en pesos = $12 153.594,54

Otra forma de hacerlo es con valores futuros :
Saldo = 20000 (F/P; 0.0075, 18) - 913.7 (F/A, 0.0075, 6)
Saldo = 20917.0447 - 5586.024961
Saldo en dólares = US$ 15331.
Saldo en pesos = $12 153.594,54

Ejemplo 4.12. Su familia va a comprar un apartamento que vale $ 20 000.000 y su forma de pago es 40% de contado y 60% financiado por Ahorramás mediante una línea de crédito que tiene un interés del 19% anual por corrección monetaria más un interés adicional del 12% M.V; el plazo es 15 años y los pagos serán cuota uniforme mensual con crecimientos anuales del 25% que corresponde a la inflación anual esperada.Cuál es el interés real de la financiación y a cuánto equivaldrá en pesos constantes de hoy el valor de la última cuota mensual de los años 5, 10 y 15 ?



Solución:

Calculamos el interés efectivo del período mensual:
r/n = 12/12 = 1%

Luego, calculamos el interés total o interés en cadena anual:

i = (1+CM)*(1+iadic) - 1

Pasamos interés efectivo mensual a anual:
E = (1.01)^12 - 1 = 0.1268

Ahora calculamos el i_{total}

i_{total} = (1.19)*(1.1268) - 1 = 0.3409 anual

i_r = (i - Inf) / (1+ Inf) = (0.3409 - 0.25) / 1.25 = 0.07273 anual

Finalmente calculamos el valor de la cuota mensual
B = 12 000.000 (B/P, 0.3409, 0.25, n) donde n = 5, 10, 15;
B permanece constante en el año
En pesos constantes tenemos B/1.25

Ejemplo 4.13. Un inversionista de Estados Unidos visitó Colombia y decidió comprar una vivienda para disfrutarla durante su etapa de jubilado. Mientras tanto, será arrendada por un canon mensual equivalente a 500.000 pesos constantes del momento de la compra.El valor de adquisición es 100 millones de pesos, de los cuales el 30% será la cuota inicial y el saldo lo financia una Corporación de Ahorro y Vivienda a 20 años con un interés por corrección monetaria más un interés adicional del 15% anual, y se amortizará mediante cuota fija en UPACs. O mediante otra alternativa de financiación que le ofrece el First Bank of America con un sistema de pago de cuota fija, también a 20 años y con un interés del 9% M.V. en dólares.Si el valor esperado inicial tanto de la UPAC como del dólar es $1.000, el DTF promedio esperado 30.297%, la inflación anual esperada en Colombia es 23.872% y Estados Unidos es 3.605%, con una devaluación que corrija las diferencias entre dichas devaluaciones, determinar para cada sistema de financiación, el precio de venta que haría obtener una rentabilidad del 1.5% mensual en dólares sobre toda la inversión realizada, si decidiera vender dentro de 10 años.

Financiación en la CAV:
C.M.= 0.74 DTF= 0.74 * 0.30297= 0.2241978

$C.M._{mensual} = (1+0.2241978)^{1/12}-1$

$C.M._{mensual} = 0.017 = 1.7\%$

Interés adicional:
i_{ad}= 15% anual

$i_{ad} = (1+0.15)^{1/12}-1 = 0.011714917$ mensual

i_{ad}= 1.1714917% mensual.

Inflación en Colombia:

INF_{Col}= 23.872% anual

$INF_{Col}= (1+0.23872)^{1/12}-1 = 0.018$ mensual

INF_{Col}= 1.8% mensual

Inflación en Estados Unidos:

INF_{EU}= 3.605% anual

$INF_{EU}= (1+0.03605)^{1/12}-1 = 0.00295564$ mensual

INF_{EU}= 0.295564% mensual

Entonces, la devaluación será:

$$DEV = \frac{1+INF_{Col}}{1+INF_{EU}} - 1 = \frac{1+0.23872}{1+0.036505} - 1 = 19.5618\% \text{ anual}$$

$DEV_{mensual}= (1+0.195618)^{1/12}-1 = 0.015$ mensual

$DEV_{mensual}$= 1.5%

La rentabilidad en dólares es del 1.5% mensual y en pesos es:

$i_{Col}= (1+DEV)(1+i_{EU}) - 1 = 1.015 * 1.015 - 1 = 0.030225$ mensual

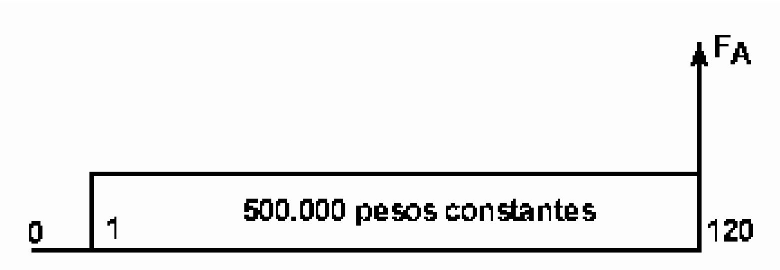
i_{Col}= 3.0225% mensual de rentabilidad esperada en pesos.

Los 30 millones inicialmente invertidos por el estadounidense tendrán un valor dentro de 10 años igual a:

$F_{30}= 30\ 000.000\ (1+i_{Col})^{120} = 30\ 000.000\ (1+0.03225)^{120}$

F_{30}= $1068 984.467

Se recibe mensualmente un arriendo de 500,000 pesos constantes. En 10 años se habrá recibido una cantidad F_A, según el flujo de la siguiente figura:



Como la cuota está en pesos constantes se necesita un interés libre de inflación:

$$i_D = \frac{1+i_{Col}}{1+INF_{Col}} - 1 = \frac{1.030225}{1.018} - 1$$

i_D= 1.2008841% mensual

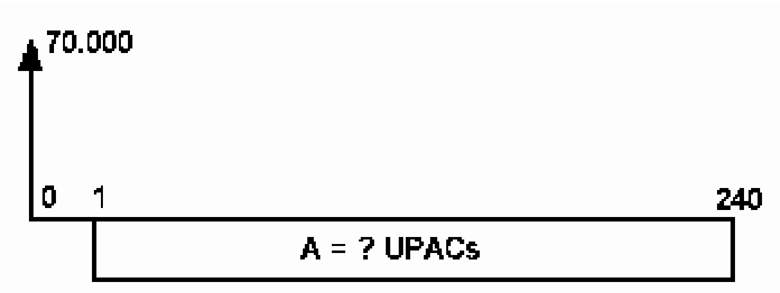
F_A= 500.000 (F/A, 1.20088%, 120)

F_A= 132 779.756 pesos constantes del periodo cero

En pesos corrientes:
F_A= $(1+INF)^{120} = (1+0.018)^{120}$

F_A= $1129 445.361

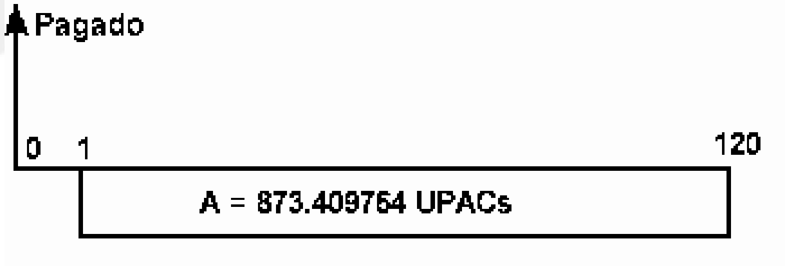
El valor inicial del crédito en UPACs:
P= $70 000.000 = $70 000.000 / ($1.000/UPAC)
P= 70.000 UPACs



La cuota a pagar en UPACs es:

A= 70.000 (A/P, 1.1714917%, 240)
A= 873.409764 UPACs.

Transcurridos 10 años, se ha pagado del crédito la siguiente cantidad:

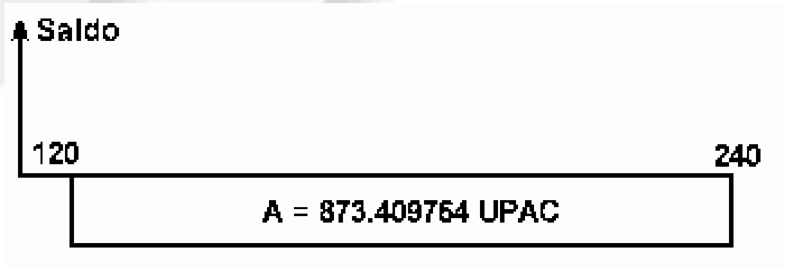


Pagado = 873.409764 (P/A, 1.1714917%, 120) = 56162.40986 UPACs del periodo cero
Aplicando a cada cuota del crédito el interés deseado (rentabilidad), se obtiene:

$i_{Dadic} = \frac{1 + i_{Col}}{1 + CM} - 1 = \frac{1.030225}{1.017} - 1 = 1.300393\%$

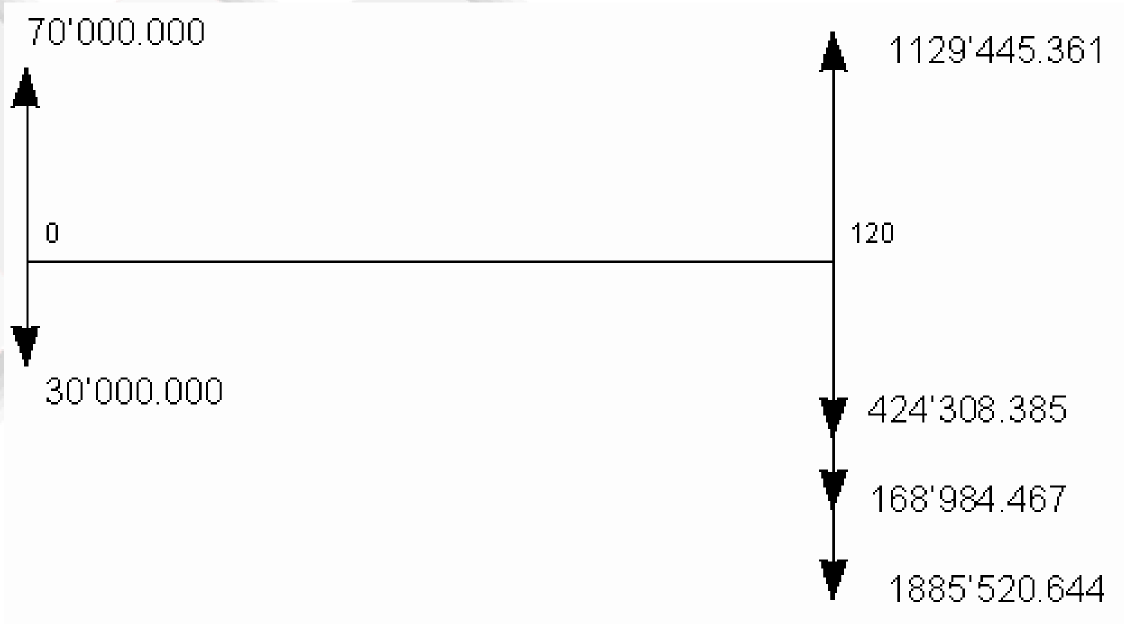
Pagado = 873.409764 (F/A, 1.300393%, 120) = 249411.768 UPACs en el año 10
El valor de la UPAC en ese momento será: 1.000 $(1+CM)^{120} = (1+0.017)^{120}$ = \$7559.870406/UPAC
En pesos corrientes: Pagado =249411.768*7559.870406
Pagado = \$1885 520.644

Dentro de 10 años cuál es el saldo del crédito?



Saldo = 873.409764 (P/A, 1.1714917% 240-120) = 56126.40986 UPACs.
En pesos corrientes el saldo es: Saldo = 53126.40986 UPACs *\$7559.870406/UPAC
Saldo = 424 308.385

El cálculo del precio total de venta se ilustra en la siguiente figura



PV = F_{30} + Pagado + Saldo - F_A

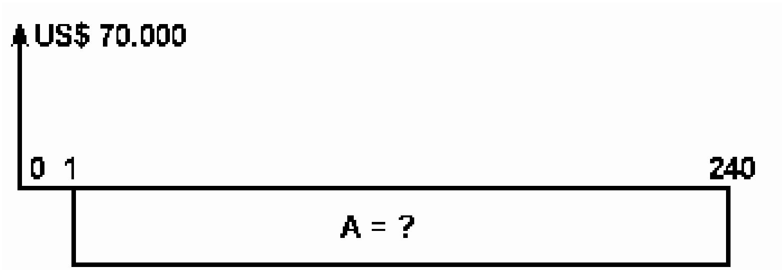
PV = 1068 984.467 + 1885 520.644 + 424 308.385 - 1129 445.361
PV = $2249 368.125

Para el crédito en dólares se tienen los siguientes datos:
Cuota fija a 20 años. INF_{EU} = 0.295564% mensual

i_{EU}= 1.5% mensual TC_{actual} = $1.000/ US$

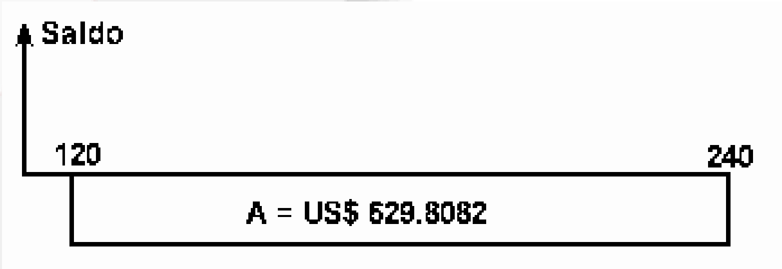
i= 9% nominal anual, pago mes vencido.
i=9/12 = 0.75% mensual.

El dinero dado a crédito es:
P= $70 000.000 /($1.000/ US$)
P= US$ 70.000



La cuota mensual a pagar es A= 70.000 (A/P, 0.75%, 240)
A= US$ 629.8082

El saldo del crédito cuando se venda la casa, en el año 10:



Saldo = 629.8082 (P/A, 0.75%, 240-120)
Saldo = US$49718.1229

La tasa de cambio en 10 años será: $TC_{120}= TC_0 *(1+DEV)^{120}$

TC_{120}= \$5969.3229/US$

Entonces, el saldo del crédito en el momento de la venta es:
Saldo = US$49718.1229 * (\$5969.3229/US$)
Saldo = \$296 783.528

La cantidad del crédito pagada en 10 años, en dólares actuales es:
Pagado = US$629.8082 (P/A, 0.75, 120) = US$49718.1229

Aplicando a cada cuota del crédito la rentabilidad que se desea obtener se calcula el valor pagado en dólares del año 10:
$Pagado_{10}$= US$629.8082 (F/A, 1.5%, 120) = US$208648.0093

En pesos del momento de la venta: $Pagado_{10}$= 208648.00938*5969.3229

$Pagado_{10}$= $1245 487.334

El precio de venta se calcula de la misma manera que para el crédito en Colombia:
PV = F_{30} + Pagado + Saldo - F_A

PV = 1068 984.467 + 1245 487.334 + 296 783.528 - 1129 445.361

PV = $1481 809.968

Ejemplo 4.14. Respecto al problema anterior, responda verdadero (V), falso (F), o incierto (I) a cada una de las siguientes afirmaciones y argumente claramente su respuesta.

a. Al vender la casa al precio de venta determinado, el inversionista obtiene en términos reales una rentabilidad anual aproximada del 15.4%.
VERDADERO

Interés deseado (rentabilidad):
i_{Col}= 3.0225% mensual

Anual:
ii_{Col}=(1+0.030225)^{12}-1 = 0.42950281= 42.950281%

Este interés, pero libre de inflación: $$i_D = \frac{1+ii_{Col}}{1+INF_{Col}} - 1 = \frac{1+0.4295028}{1+0.23872} - 1$$
i_D= 0.1540159 = 15.40159%

En dólares: i_{EU}= 1.5% mensual

Anual: ii_{EU}= (1+0.015)^{12}-1= 0..195618 = 19.5618%

Libre se inflación: $$i_D = \frac{1+ii_{EU}}{1+INF_{EU}} - 1 = \frac{1+0.195618}{1+0.03605} - 1$$

i_D=0.1540159= 15.40159%

b. Es mejor que tome la financiación que le ofrece la corporación de ahorro y vivienda colombiana porque así todos los flujos estarían en pesos.

FALSO

La decisión a tomar sobre la mejor alternativa de financiación está sustentada en lo representa para el inversionista el precio final de venta, pues al obtener la misma rentabilidad necesita vender la casa lo más barato posible y esto se consigue con la financiación en dólares a través del First Bank. Los flujos al estar en pesos no dan ninguna sustentación económica para decidir sobre la mejor inversión.

c. Al comienzo el arriendo no alcanza para pagar las cuotas pero rápidamente se igualan.

Para el crédito en pesos, verifiquemos si el arriendo alcanza a cubrir las cuotas.

Arriendo en n= 1: 500.00 $(1+INF_{Col})$ = 500.000(1+0.018) = \$509.000

Cuota en n= 1: 873.409764*1.000*(1+CM)= 873409.764*(1+0.017)= \$888257.75

Arriendo en n=120: 500.000 $(1+INF_{Col})120$ = \$4 253.078,17

Cuota en n= 120: 873.409764*1.000*$(1+CM)^{120}$ = \$6 602.864,63

En qué momento se igualan?: 500.000 $(1.018)^n$ = 873.409764*1.000* $(1.017)^n$

$$\frac{1.018^n}{1.017^n} = \frac{973.409{,}764}{500.000}$$

$1.0009833^n = 1.74682$

n*Log 1.0009833= Log 1.74682

n= 567,5582 meses

El arriendo nunca alcanza a cubrir la cuota, pues el crédito es hasta n= 120

Para el crédito en dólares:

Cuota en n= 1: 629.8082* $(1+INF_{EU})$ = 629.8082* (1.00295564) = US\$631.6697

En pesos: 631.6697*1.000* (1+DEV) =631669.7 (1.015) = \$641.144,70

Cuota en n= 120: 629.8082*$(1+INF_{EU})^{120}$=629.8082*$(1.00295564)^{120}$ = US\$897.4607

En pesos: $897.4607*1.000*(1+DEV)^{120}=631669.7(1.015)^{120}$=$5 357.232,68

Las cuotas del crédito son siempre mayores que los ingresos por arriendo. Tampoco basta para recuperar este concepto. Por lo tanto la repuesta es:
FALSO

d. Hubiera sido mejor un sistema de pago más acelerado en el caso de los UPACs (por ejemplo una cuota fija en pesos).

FALSO

Con un sistema de pago más acelerado se tendrá menos dinero en manos de su propietario, lo que implica no poder obtener beneficios sobre el capital pagado.

e. Si la casa se revalorizara en realidad al ritmo de la inflación colombiana, la inversión sería atractiva.

FALSO

Valor de la casa en 10 años según la revalorización:
$100\ 000.000 * 1.23872^{10}$ = $850 611.982,70

El valor real de la casa en el año 10 es muy inferior al precio de venta que le da la rentabilidad esperada al inversionista. Vender una propiedad bajo estas condiciones es un inconveniente, puesto que para los posibles compradores no es atractivo desembolsar un valor mucho mayor que el valor real de la misma.

EJERCICIOS CRITERIOS ECONOMICOS PARA TOMA DE DECISIONES Y EVALUACION DE ALTERNATIVAS

Ejemplo 5

Un inversionista que normalmente puede duplicar su dinero en 3 años está analizando los siguientes proyectos:

- Invertir $1 millón para recibir 2´460.375 dentro de tres años.
- Invertir $2 millones para recibir anualmente $640.000 durante 3 años y 2´640.000 dentro de 4 años.
- Invertir $2 millones para recibir $880.000 dentro de 2 años y 3´250.000 dentro de 3 años.
- Invertir $3 millones para recibir 9´387.021,63 dentro de 4 años.
- Invertir $5 millones para recibir 1´500.000 anualmente durante 3 años más $6´500.000 dentro de 4 años.

DETERMINE:

A. Si dispone de $6 millones y los proyectos son únicos e independientes, en cuáles debería invertir?.
B. Cuál sería la rentabilidad anual de los $6 millones en la decisión tomada según el punto a ?
C. Si puede recibir un préstamo de $1 millón pagadero en su totalidad (capital e intereses) dentro de 4 años al 28% anual qué decisión tomaría ?
D. Cuál es la rentabilidad individual de cada proyecto en el que invertiría?.
E. Si A,B y D fueran mutuamente excluyentes y el préstamo solo pudiera tomar si se hace E, plantee el ejercicio como un problema de programación lineal.

DESARROLLO

$2P = P*´(1+i)^3$

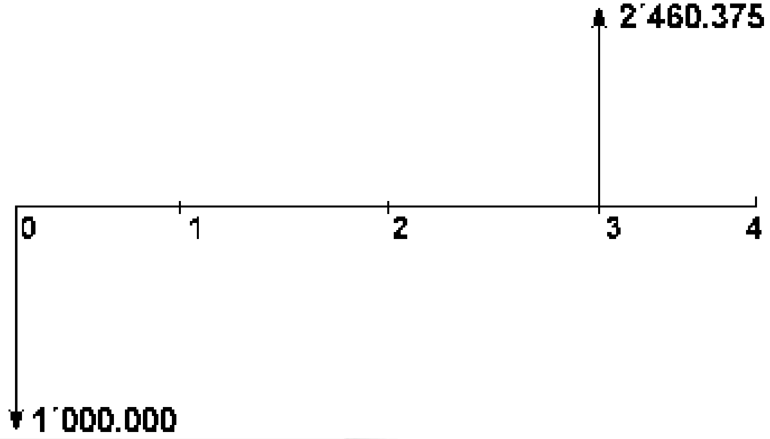
$2 = (1+i)^3$

$(2)^{-1/3} - 1 = i$

$i = 0.2599$ » 0.26

A.

OPCION A



VPN = VPI   VPE

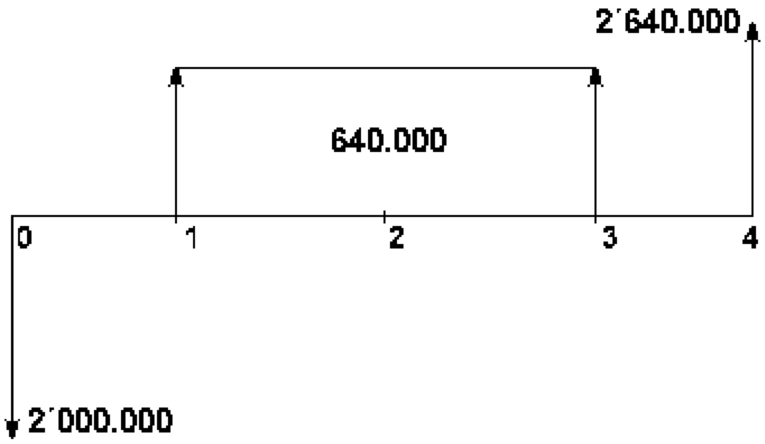
VPI = 1´299.956

VPE = 1´000.000

VPN = 299.956

TIR = 0.35

OPCION B



VPN = VPI   VPE

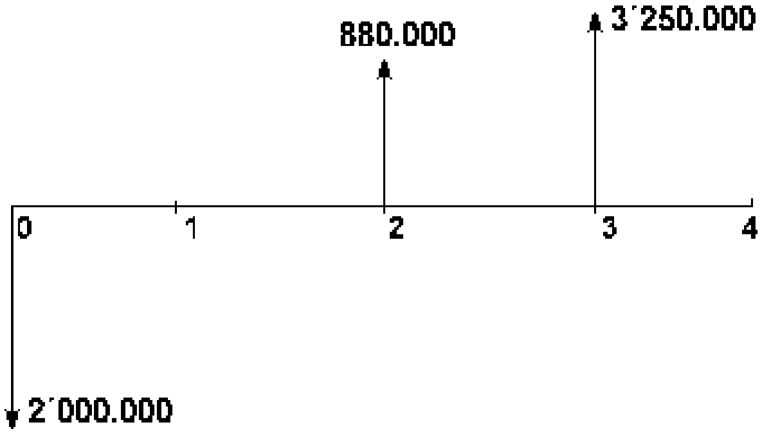
VPI = 640.000(P/A, 0.26, 3) + 2´640.000(P/F, 0.26, 4)

VPE = 2´000.000

VPN = 278.000

TIR = 0.32

OPCION C



VPN = VPI   VPE

VPI = 880.000(P/F, 0.26, 2) + 3´250.000(P/F, 0.26, 3)

VPI = 2´178.990

VPE = 2´000.000

VPN = 178.990

TIR = 0.3

OPCION D

VPN = VPI   VPE

VPI = 9´287.021,63(P/F, 0.26, 4)

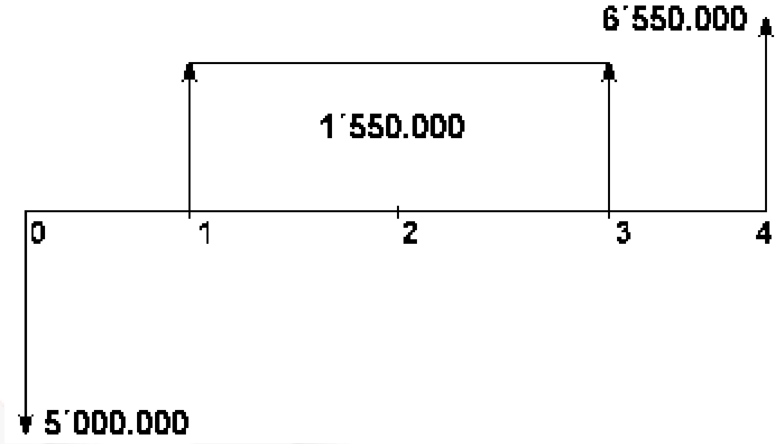
VPI = 3´724.308

VPE = 3´000.000

VPN = 724.308

TIR = 0.33

OPCION E



VPN = VPI   VPE

VPI = 1´550.000(P/A, 0.26, 3) + 6´550.000(P/F, 0.26, 4)

VPI = 5´580.047

VPE = 5´000.000

VPN = 580.047

TIR = 0.31

PROYECTO	VPN	TIR
A	299.956	0.35
B	278.000	0.32
C	178.990	0.30
D	724.308	0.33
E	580.047	0.31

POSIBILIDADES	VPN
A + B + C + 1´000.000(1+i*)	687.730
A + B +D	1´232.688
A + C +D	1´133.256
A + E	810.005
B + D	1´003.298
C + D	902.730
A + D + 2´000.000(1+i*)	954.266

La mejor opción es A + B + D sin tomar el préstamo.

B.

VFI A = 3 ´100.000

VR = (VFI total / INVERSION) $^{1/n}$ - 1

VFI B = 5´742.704

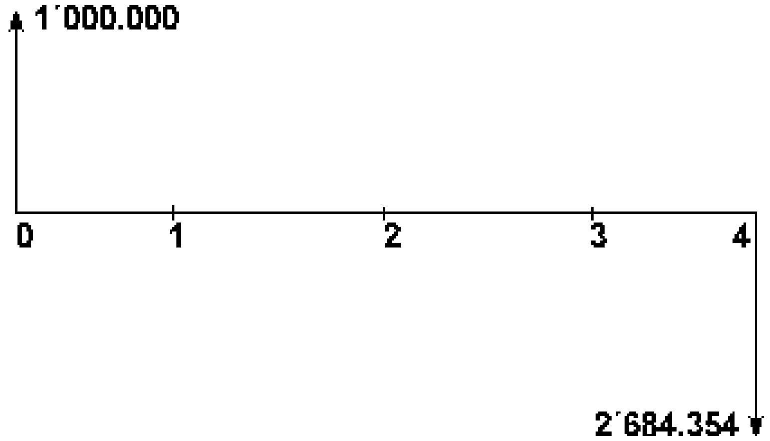
VFI D = 9´387.021

VFI Total = 18´229.797

n = 4

La rentabilidad total de la inversión es del 34%.

C.



VPN = VPI   VPE

VPI = 1´000.000

VPE = 2´684.354,56(P/F, 0.26, 4)

VPE = 1´065.519

VPN = -65.019

POSIBILIDADES	VPN
B + E + P	793.450
C + E + P	694.018
B + C +D + P	1´116.701
A + B + D	1´232.688
A + C + D	1´133.256

Sigue siendo mejor opción A + B +D sin tomar el préstamo.

D.

$VR = (VFI\ total\ /\ INVERSION)^{1/n} - 1$

Con n = 4

VR A = 0.3269 32.69%	TIR A = 35%
VR B = 0.3017 30.17%	TIR B = 32%
VR C = 0.2873 28.73%	TIR C = 30%
VR D = 0.33 33.00%	TIR D = 33%
VR E = 0.2950 29.50%	TIR E = 31%

La mayor rentabilidad nos la otorga el proyecto D.

E.

Programación lineal

Vamos a optimizar el VPN

$VPN = VPN_A X_1 + VPN_B X_2 + VPN_C X_3 + VPN_D X_4 + VPN_E X_5$

$CAPITAL = CAP_A X_1 + CAP_B X_2 + CAP_C X_3 + CAP_D X_4 + CAP_E X_5$

Condiciones:

Mutuamente excluyentes

$X_1 + X_2 + X_3$ £ 1 ó $X_iX_2 = 0$, $X_2X_3 = 0$, $X_jX_4 = 0$

$X_i = 0$; $X_j = 0$.

Para obtener P es necesario escoger E, pero, para escoger E no es indispensable tomar P.

Entonces X_4 ³ X_5.

$VPN = 229.958X_1 + 278.000X_2 + 178.900X_3 + 724.308X_4 + 580.047X_5$

7´000.000 ³ 1´000.000X_1 + 2´000.000X_2 + 3´000.000X_3 + 5´000.000X_4 1´000.000X_5

Si

$X_1 = 1$	$X_2 = 0$	$X_3 = 0$	$X_4 = 1$	$X_5 = 0$	VPN = 810.005
$X_1 = 1$	$X_2 = 0$	$X_3 = 0$	$X_4 = 1$	$X_5 = 1$	VPN = 744.986
$X_1 = 0$	$X_2 = 1$	$X_3 = 0$	$X_4 = 1$	$X_5 = 1$	VPN = 793.450
$X_1 = 0$	$X_2 = 0$	$X_3 = 1$	$X_4 = 0$	$X_5 = 0$	VPN = 724.308

Tomamos $229.958X_1 + 580.047X_4 = 810.005$

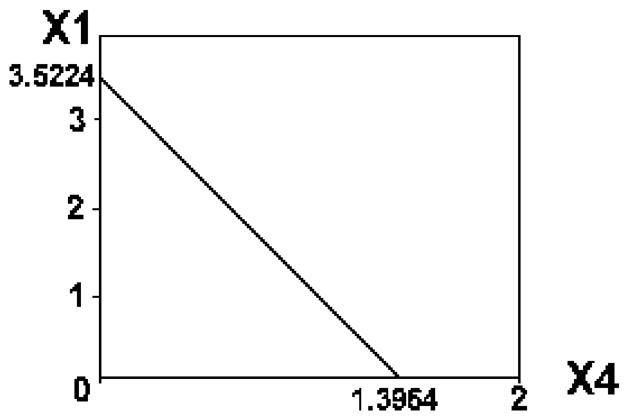
1´000.000X_1 + 5´000.000X_4 = 7´000.000

$X_1 = 0$ 0.047

$X_4 = 1.3964$

$X_1 = 3.5224$

$0.047X_4 = 0$



ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
Carrera 27 Calle 9. Ciudad Universitaria.
Bucaramanga (Colombia)
Teléfono: (57)(7)(6344000) Ext. 2333
E-mail: cvecino@uis.edu.co