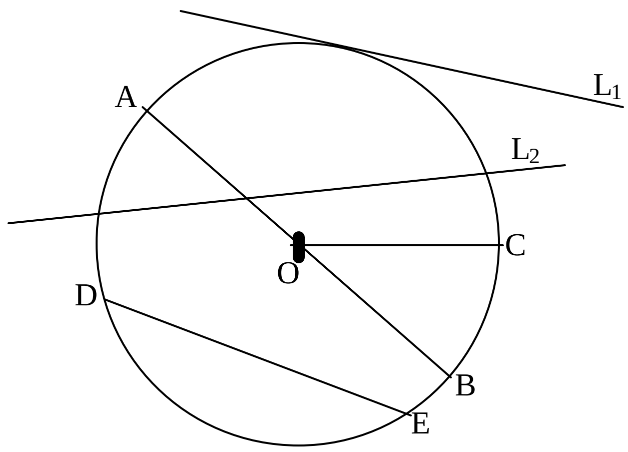
COLEGIO SANTA CRUZ
DEPTO. MATEMATICA

LA CIRCUNFERENCIA Y SUS ÁNGULOS

I. ELEMENTOS DE UNA CIRCUNFERENCIA:



O = centro de la circunferencia

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ = radio de la circunferencia

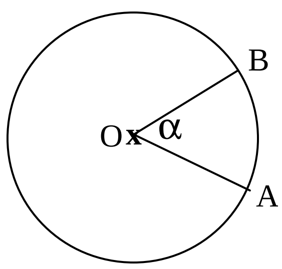
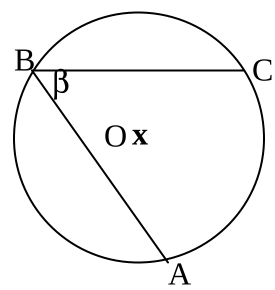
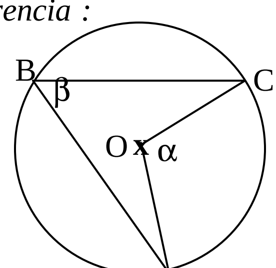
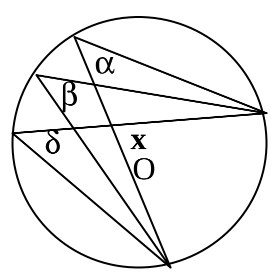
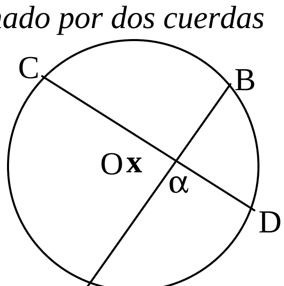
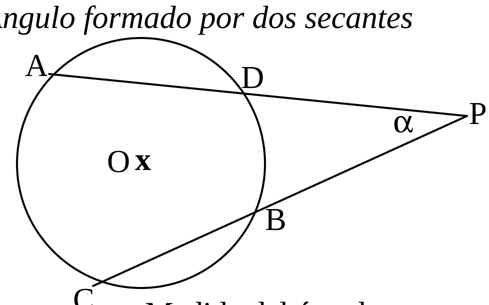
$\overline{AB}$ = diámetro de la circunferencia

L_1 = recta tangente a la circunferencia

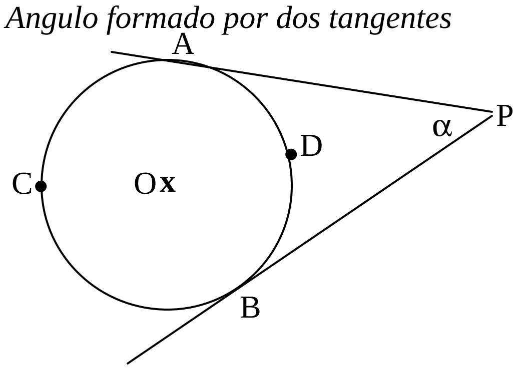
L_2 = recta secante a la circunferencia

$\overline{DE}$ = cuerda de la circunferencia

Con estos elementos, en la circunferencia, se pueden trazar ángulos que son muy importantes en su aplicación. Estos tienen una relación con los arcos que forman:

a) *Angulo formado por dos radios.*  Relación entre el ángulo y el arco : $\alpha = \widehat{AB}$	b) *Angulo formado por dos cuerdas*  Relación entre el ángulo y el arco : $\beta = \dfrac{\widehat{AC}}{2}$
c) *Los dos ángulos anteriores en una misma circunferencia :*  Relación entre los ángulos: $\alpha = 2\beta$	e) *Varios ángulos inscritos formando el mismo arco*  Relación entre los ángulos: $\alpha = \beta = \delta$
d) *Angulo formado por dos cuerdas*  Medida del ángulo α $\alpha = \dfrac{\widehat{BC}+\widehat{AD}}{2}$	f) *Angulo formado por dos secantes*  Medida del ángulo α $\alpha = \dfrac{\widehat{AC} - \widehat{BD}}{2}$

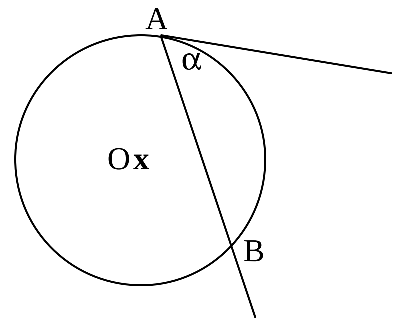
g) *Angulo formado por dos tangentes*



Medida del ángulo α :

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{ACB} - \overset{\frown}{ADB}}{2}$$

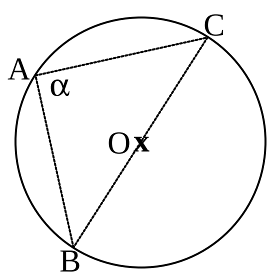
h) *Angulo formado por una cuerda y una tangente*



Medida del ángulo α :

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

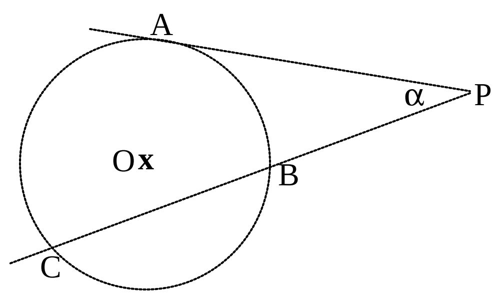
i) *Angulos que forma una semicircunferencia :*



Medida del ángulo α :

$$\alpha = 90°$$

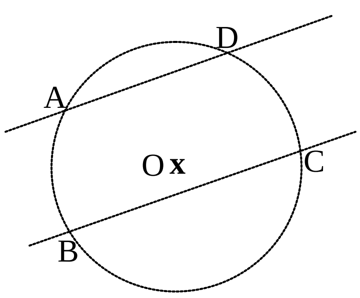
j) *Angulo formado por una secante y una tangente :*



Medida del ángulo α :

$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{AB}}{2}$$

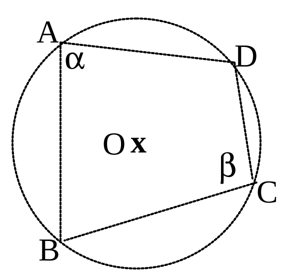
k) *Arcos formados por rectas paralelas que cortan a una circunferencia*



Relación entre arcos

$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$$

l) *Angulos opuestos de un cuadrilátero inscrito :*

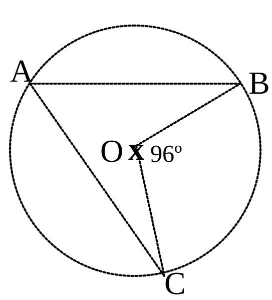


Relación entre ángulos :

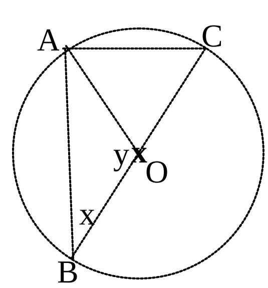
$$\alpha + \beta = 180°$$

EJERCICIOS

1. Hallar $\angle$ BAC

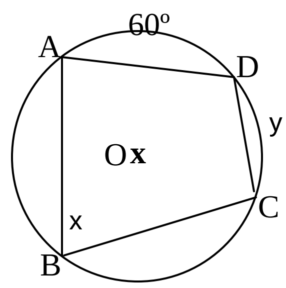


2. $\angle$ y = 112º
   $\angle$ x =

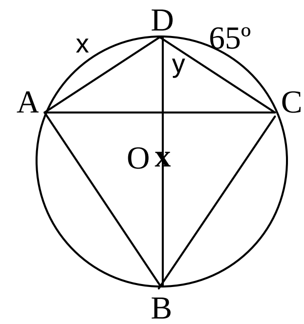


COLEGIO SANTA CRUZ
DEPTO. MATEMATICA

3. $\angle x = 75^\circ$
$y =$

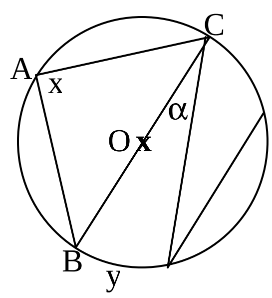


4. $x =$
$y =$

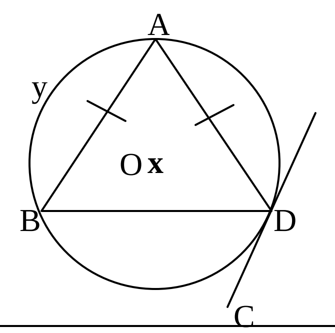


Nota: El radio es Perpendicular a cualquier cuerda

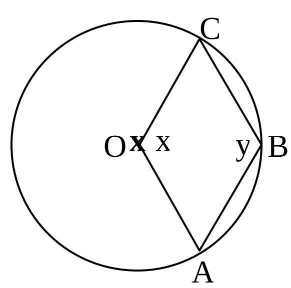
5. $\alpha = 72^\circ$
$x =$
$y =$



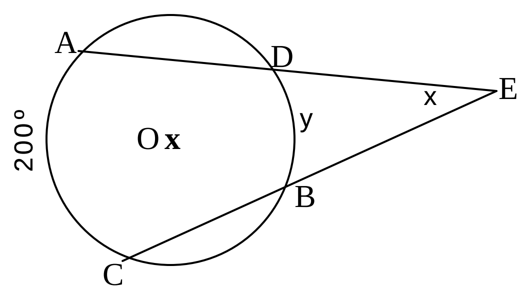
6. $y = 140^\circ$
$\angle BDC =$



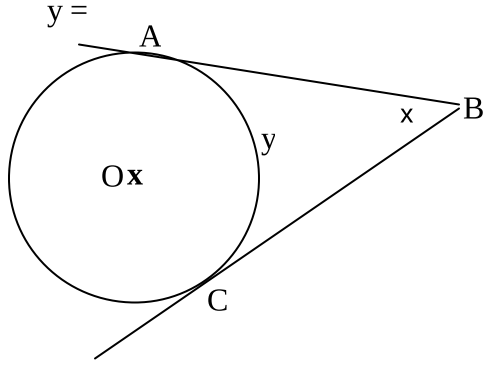
7. $\angle y = 115^\circ$
$\angle x =$



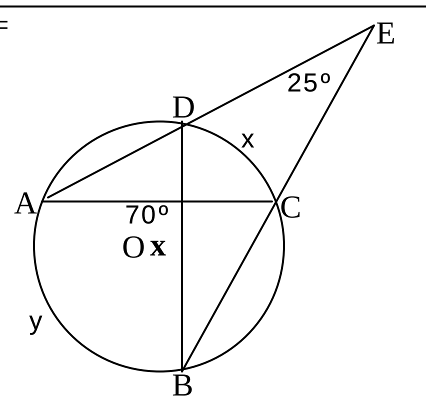
8. $\angle x = 40^\circ$
$\angle y =$



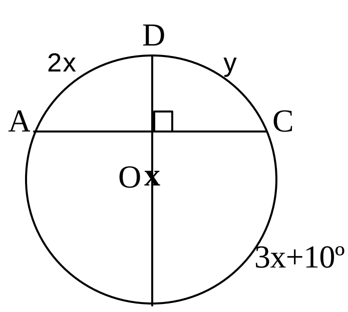
9. $\angle x = 61^\circ$
$y =$



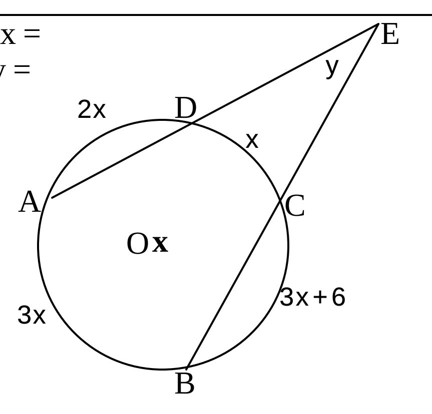
10. $x =$
$y =$



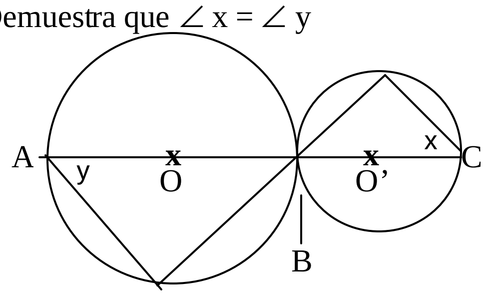
11. $x =$
$y =$



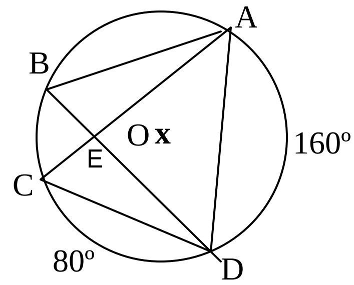
12. $x =$
$y =$



13. Dado: AB diámetro del círculo O, BC es un diámetro del círculo O', círculo O es tangente al círculo O' en B.
Demuestra que ∠ x = ∠ y



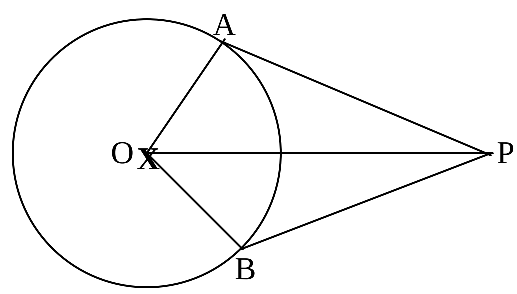
14. AC bisectriz ∠ BAD
∠ BAC =
∠ AEB =
∠ BDC =
∠ ADB =



Nota: 13 y 14 complementarios

SEGMENTANDO EL CÍRCULO

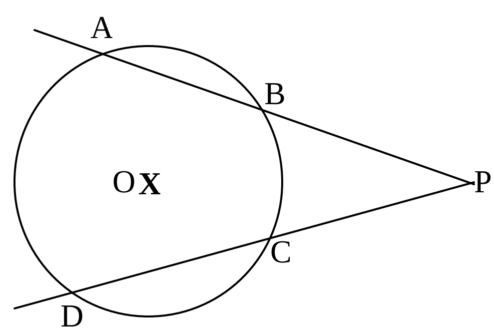
Teorema 1 :
Los dos segmentos tangentes a una circunferencia desde un punto exterior son congruentes y determinan ángulos iguales con el segmento que une el punto exterior al centro.



$\overline{AP}$, $\overline{BP}$ segmentos tangentes:

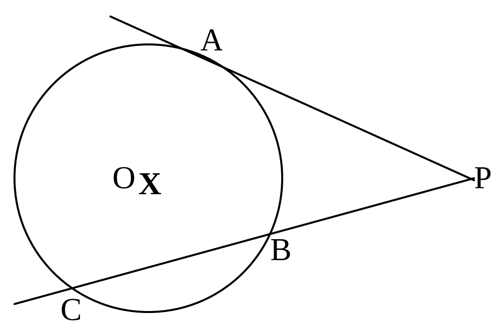
$\overline{AP} = \overline{BP}$, ∠ OPA = ∠ OPB

Teorema 2 :
Si se trazan dos rectas secantes desde un punto exterior a una circunferencia, entonces:



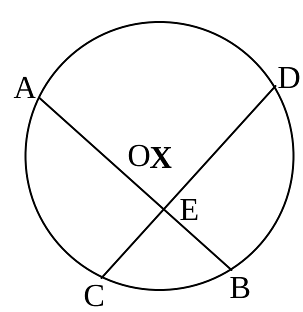
$\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$

Teorema 3 :
Si desde un punto exterior a una circunferencia se traza una recta tangente y una recta secante, entonces:



$\overline{AP}^{2} = \overline{PC} \cdot \overline{BP}$

Teorema 4 :
Si se trazan dos cuerdas que se cortan dentro de una circunferencia, entonces:

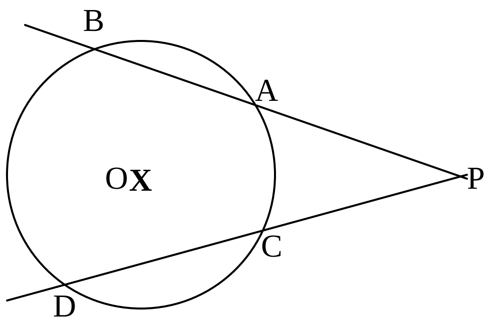


$\overline{AE} \cdot \overline{BE} = \overline{CE} \cdot \overline{DE}$

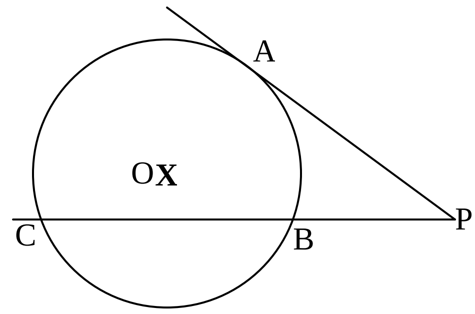
COLEGIO SANTA CRUZ
DEPTO. MATEMATICA

EJERCICIOS

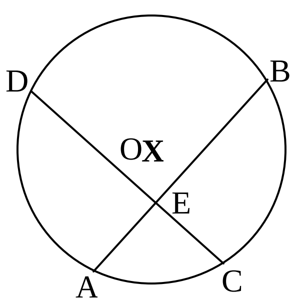
15. Según la figura :
Si $\overline{AP} = 6$; $\overline{BP} = 15$ y $\overline{PC} = 8$,
determinar $\overline{PD}$.



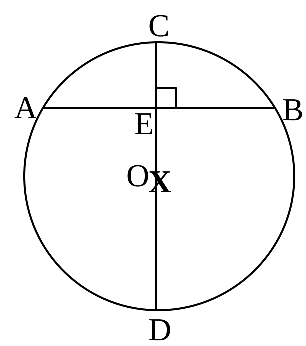
16. Según la figura :
Si $\overline{BP} = 5$ y $\overline{PC} = 20$
determina $\overline{AP}$



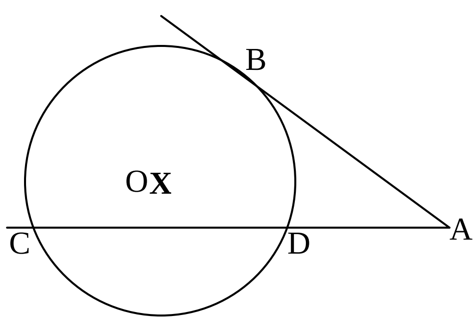
17. En la figura :
$\overline{DE} = 5$; $\overline{EB} = 2\cdot \overline{AE}$; $\overline{CD} = 15$;
Determina $\overline{AE}$



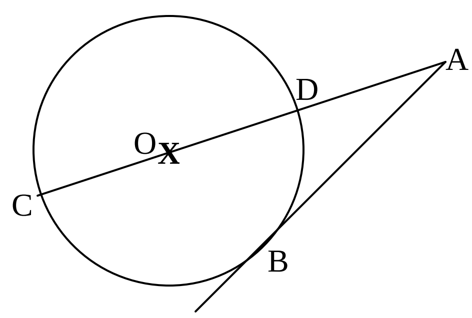
18. En la figura :
$\overline{OD} = 10$; $\overline{OE} = 8$;
Determina $\overline{AB}$



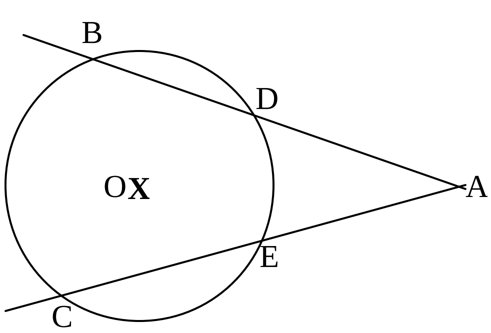
19. En la figura:
$\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 3$,
Determina $\overline{AC}$



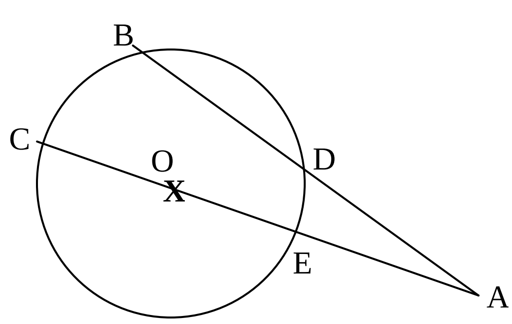
20. En la figura:
$\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 18$,
Determina $\overline{CD}$



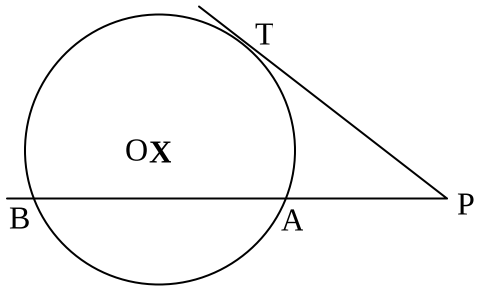
21. En la figura:
$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{EC} = 14$, $\overline{AE} = 4$,
Determina $\overline{AD}$



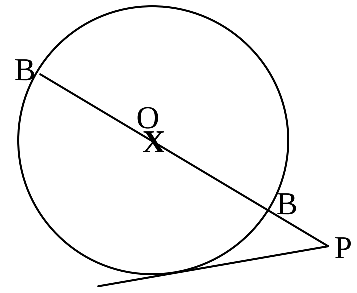
22. En la figura :
$\overline{OC} = 5$, $\overline{AE} = 6$, $\overline{BD} = 4$,
Determina $\overline{AD}$



23. En la figura:
$\overline{BP} = 5$, $\overline{AB} = 3 \cdot \overline{BP}$,
Determina $\overline{PT}$



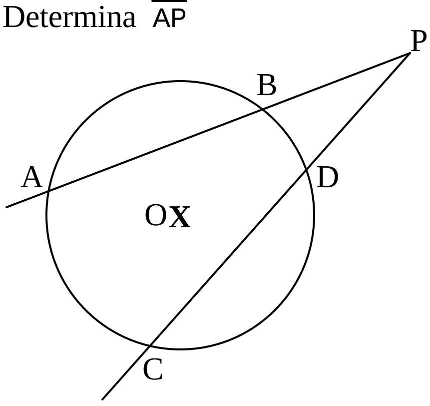
24. En la figura:
$\overline{PT} = 4\sqrt{6}$, $\overline{AO} = 5$,
Determina $\overline{BP}$



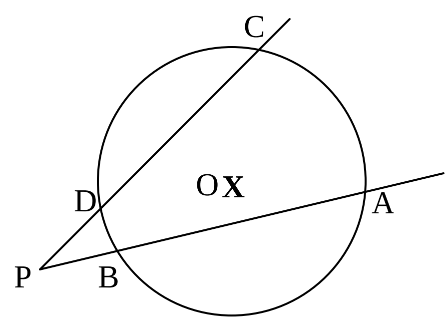
25. Dos cuerdas de una circunferencia se intersectan. Las longitudes de los segmentos de una cuerda son 4 y 6 . Si la longitud de un segmento de la otra cuerda es 3.
¿ Cuál es la longitud del otro segmento ?

26. Dos cuerdas $\overline{AB}$ y $\overline{EF}$ se cortan en H . Calcular la medida del segmento $\overline{EH}$ sabiendo que $\overline{AB}$, $\overline{EF}$ y $\overline{AH}$ miden 146 , 142 y 90 cm , respectivamente.

27. En la figura:
$\overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{DP}$, $\overline{BP} = 4$, $\overline{CP} = 21$,
Determina $\overline{AP}$



28. En la figura:
$\overline{AP} = 90$, $\overline{AB} : \overline{BP} = 7 : 8$, $\overline{DP} = 16$
Determina $\overline{CP}$



<u>**Nota:**</u> **Números 27 y 28 complementarios**