	TEOREMA DE LOS SENOS Y DE LOS COSENOS	PERÍODO:	UNO
		VERSIÓN	01
		FECHA:	Mayo 15 de 2012

MUNICIPIO DE MEDELLÍN
ÁREA DE MATEMÁTICAS

GRADO 10

LOGROS:

Enunciar y demostrar la Ley de los Senos, Ley de los Cosenos y Tangentes y aplicarlas en la solución de problemas que originan triángulos no rectángulos.

ESTÁNDARES:

Aplicar las funciones trigonométricas en triángulos rectángulos y oblicuángulos.

Gráfica de funciones trigonométricas: dominio, imagen, amplitud, período y desfasamiento.

CONCEPTOS BÁSICOS

TEOREMA DEL SENO:

En todo triángulo se cumple que las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{a}{Sen\ a} = \frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

La ley de los senos se aplica cuando los datos que se conocen son:

1. Dos ángulos y un lado **(A-L-A)**
   Se halla la medida de tercer ángulo aplicando el teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo y los datos que faltan aplicando la ley de los senos.

2. Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos **(L-L-A)**
   Se utiliza la ley de senos para encontrar uno de los dos ángulos que faltan y determinar si tiene una, dos o ninguna solución.

TEOREMA DEL COSENO:

En un triángulo el cuadrado de cada lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto del producto de ambos por el coseno del ángulo que forman.

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{cases}$$

Recordar que esta ley se aplica cuando los datos conocidos son:

1. Dos lados y el ángulo entre ellos **(L-A-L)**
2. Los tres lados **(L-L-L)**

TALLER No. 1:

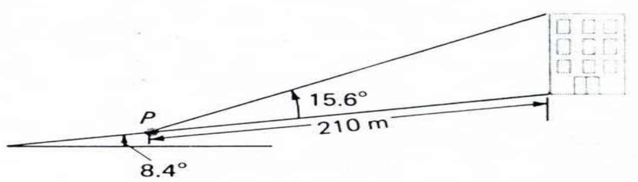
PROBLEMAS DE APLICACIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1. Los puntos A y B se encuentran en la misma línea horizontal con la base de una colina y los ángulos de depresión desde la cima de la colina son : 30.2° y 22.5°, respectivamente . Si la distancia entre A y B es 75.0m, ¿Cuál es la altura de la colina?

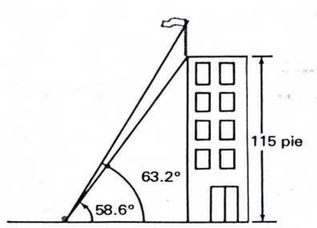
En los siguientes ejercicios resuelva el triángulo. Expese los resultados con el número de dígitos significativos que requiera la información proporcionada.

2. α = 34° y β = 71°, a = 24
3. α = 73.2°, γ= 23.8°, b = 2.30
4. a = 5.2, b = 7.1, c = 3.5
5. a = 408, b = 256, c = 283
6. β = 48.6°, γ = 61.4°, c = 53.2
7. α= 52°42´, β = 75° 36´, b = 408
8. a = 20.7, b = 10.2, c = 24.3

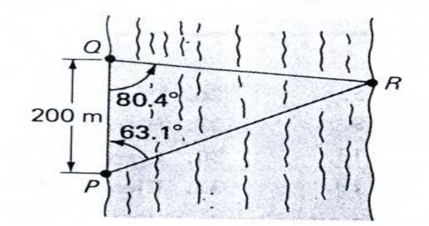
9. Un edificio se localiza al final de una calle que está inclinada en un ángulo de 8.4° con respecto a la horizontal. En un punto P que está a 210 m calle abajo del edificio, el ángulo subtendido por el edificio es de 15.6 °. ¿Cuál es la altura del edifico?



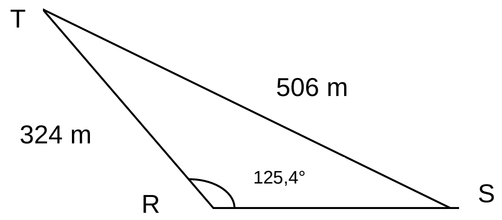
10. Un asta está situada en la parte superior de un edificio de 115 pie de altura. Desde un punto en el mismo plano horizontal de la base del edificio los ángulos de elevación de los extremos superior en inferior del asta son 63.2 ° y 58.6°, respectivamente. ¿Cuál es la longitud del asta?



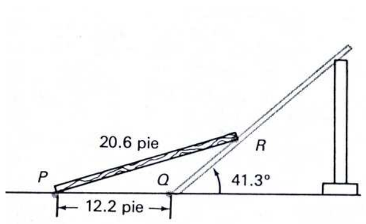
11. Para determinar la distancia a través de un río recto, un topógrafo elige los puntos P y Q en la rivera, donde la distancia entre P y Q es 200m. En cada uno de los puntos se observa el punto R en la rivera opuesta. El ángulo que tiene lados PQ y PR mide 63.1° y el ángulo cuyos lados son PQ y QR mide 80.4°. ¿Cuál es la distancia a través del río?



12. Una parcela triangular con vértices R, S y T se delimita por una cerca, pero se advierte la ausencia de la marca del lindero en S. Del título de propiedad, se sabe que la distancia de T a R es 324 m, la distancia de T a S es 506 m y el ángulo en R del triángulo mide 125.4°. Determine la ubicación de S calculando la distancia de R a S.



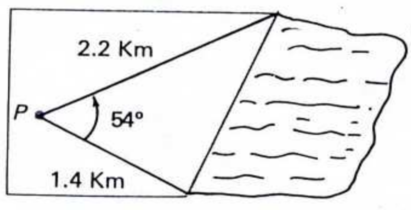
13. Una rampa está inclinada en un ángulo de 41.3° con respecto del suelo. Un extremo de una tabla de 20.6 pie de longitud se localiza en el suelo en un punto P que está a 12.2 pie de la base Q de la rampa, y el otro extremo reposa sobre la rampa en un Punto R. Determine la distancia desde el punto Q hacia arriba de la rampa hasta el punto R.



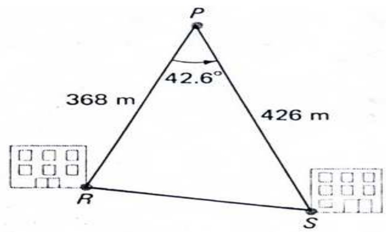
14. En un momento determinado cuando un avión voló sobre un camino recto que une a dos ciudades pequeñas, los ángulos de depresión de ambas fueron de 10.2° y 8.7°:

a) Determine las distancias rectas desde el avión a cada una de las ciudades en ese momento si la separación entre ambas es de 8.45 Km.
b) determine la altura del avión en ese momento.

15. Un punto P está a 1.4 Km. de la orilla de un lago y 2.2 Km. de la otra orilla. Si en P el lago subtiende un ángulo de 54°, ¿Cuál es la longitud del lago?

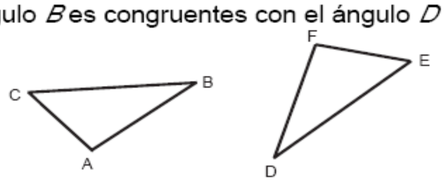


16. Dos caminos rectos se cortan en un punto P y ahí forman un ángulo de 42. 6°. En un punto R sobre un camino está un edificio a 368m de P y en un punto S, en el otro camino está un edificio a 426 m de P. Determine la distancia directa de R a S.



PREPARACIÓN PARA EL EXAMEN DE ESTADO (ICFES):
http://www.icfes.gov.co/index.php?option=com_content&task=view&id=192&Itemid=991

47. En los triángulos que aparecen en la figura se tiene que: $AB \cong DF$, $BC \cong DE$ y el ángulo B es congruentes con el ángulo D



Es posible afirmar que el ángulo A es congruente con el ángulo

A. F
B. E
C. D
D. C

48. De las afirmaciones

I Si $sen\,\theta = -\frac{1}{5}$ entonces $cos\,\theta = -\frac{\sqrt{24}}{5}$

II Si $cos\,\alpha = \frac{1}{2}$ entonces α es un ángulo de primer cuadrante

III $tan\frac{\pi}{15} = tan\frac{16\pi}{15}$

IV $sen\left(25^o\right) = cos\left(65^o\right)$

Son verdaderas

A. I, II
B. I, III
C. II, III
D. III, IV

49. Desde un punto A que está a 8 m sobre el nivel del suelo, el ángulo de elevación a la parte más alta de un inmueble es 35° y el ángulo de depresión a la base del mismo es 15°. La altura del edificio es

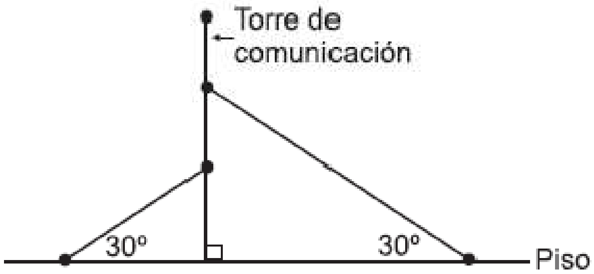
A. $8\left(tan\ 35^o + tan\ 15^o\right)$

B. $8\left(cot\ 15^o\ tan\ 35^o + 1\right)$

C. $8\left(cot\ 35^o\ tan\ 15^o + 1\right)$

D. $8\left(cot\ 35^o - cot\ 15^o\right)$

La siguiente gráfica ilustra el diseño que corresponde a la instalación de una torre de comunicación sostenida en el piso por dos cables. Los puntos de amarre del cable en el piso tienen una separación de 12 metros y los puntos de amarre del cable a la torre, la divide en 3 partes iguales de la misma longitud.



Del amarre en el piso del cable más largo al pie de la torre hay una distancia de

A. 4 metros.
B. 6 metros.
C. 8 metros.
D. 12 metros.

La altura de la torre, en metros, es

A. (4 *tan* 30º).
B. (6 *tan* 60º).
C. (8 *tan* 60º).
D. (12 *tan* 30º).

Si se modifica el diseño, ubicando los amarres de los cables a la torre en su punto medio y los amarres del piso se ubican cada uno a 6 metros del pie de la torre, entonces en el nuevo diseño, la cantidad de cable requerido es

A. igual a la cantidad de cable requerido en el diseño original.
B. mayor que la cantidad de cable requerido en el diseño original.
C. la mitad que la cantidad de cable requerido en el diseño original.
D. la tercera parte de la cantidad de cable requerido en el diseño original.

BIBLIOGRAFÍA:

URIBE CALAD, Julio Alberto. Matemática Experimental 10. Uros Editores. Medellín, 2010.

ROMERO NIVIA, Luisa Fernanda. Inteligencia lógico matemática 10. Editorial Voluntad, Bogotá, 2003.

MUÑOZ BAÑOS, Félix y otros. Matemática Décimo Grado. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1996.

Elaboró: Jorge Cardeño Espinosa. Departamento de Matemáticas CEFA. 2012.