

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Recuérdelos algunos de los patrones que utilizaron en el tema 2 del bloque 1. Puede volver a plantearles el problema de las mesas que van añadiéndose y asociar a cada una el número de personas que pueden sentarse. Así, empezará el tema recordando los patrones pero ahora vistos como *relaciones funcionales*.

Pregúnteles si conocen situaciones como la anterior (en la cual se asocia un número con otro). Es importante que primero indiquen una relación y que luego la expresen como una correspondencia en la cual un número dependa de otro.

Explíqueles que en el problema del “maestro de obras” primero deben descubrir el patrón, luego deben ver la relación existente entre el número de ladrillos rojos y el de blancos, después deben indicar con lenguaje algebraico cómo se relaciona el número de ladrillos rojos con el de blancos y finalmente deben escribir la relación entre x y y .

Díales que todo es un proceso, como pueden ver, para pasar de lo concreto a lo abstracto, que es una fórmula. Por lo tanto, es importante que les dé suficiente tiempo para que lo puedan llevar a cabo de principio a fin. Apoye a los alumnos que tengan problemas con esta página.

TEMA 3



Relaciones funcionales

EL MAESTRO DE OBRAS

Un arquitecto le pidió a su maestro de obras muestras de celosías con ladrillos cuadrados blancos y ladrillos rectangulares rojos.

■ Observa las muestras, completa las tablas y contesta las siguientes preguntas.

- Diseño 1

Ladrillos rojos	1	2	3	4	20	80	100
Ladrillos blancos							

¿Cómo se relaciona el número de ladrillos rojos con el de ladrillos blancos? _____ Si r denota el número de ladrillos rojos, ¿cuántos ladrillos blancos hay? Si r denota el número de ladrillos rojos y b el número de ladrillos blancos, ¿cuántos ladrillos blancos b hay respecto a los rojos r ? _____

- Diseño 2

Ladrillos rojos	1	2	3	4	10	20	100
Ladrillos blancos	2			8			

¿Cómo se relaciona el número de ladrillos rojos con el de ladrillos blancos? _____ Si y representa el número de ladrillos rojos y x el número de ladrillos blancos, escribe una ecuación que relacione x con y . _____

208
BLOQUE 4
RELACIONES FUNCIONALES



SOLUCIONES

Página 208

EL MAESTRO DE OBRAS

-
- Diseño 1

Ladrillos rojos	1	2	3	4	20	80	100
Ladrillos blancos	2	3	4	5	21	81	101

Es menor que el número de ladrillos blancos en una unidad.

De acuerdo con la relación planteada anteriormente, hay $r + 1$ ladrillos blancos, es decir, $b = r + 1$.

- Diseño 2

Ladrillos rojos	1	2	3	4	10	20	100
Ladrillos blancos	2	4	6	8	20	40	200

El número de ladrillos blancos es el doble del número de ladrillos rojos.

$$x = 2y$$

¿Quién soy yo?

Este es un juego entre dos personas que se alternarán para adivinar la relación que existe entre x y y . El jugador que al primer intento adivine la relación, obtiene 5 puntos; si es al segundo, obtiene 3, y 1 punto si adivina al tercer intento. El jugador que tenga más puntos después de cinco turnos es el ganador.

El primer jugador elige una relación de un solo tipo:

$$y = x + a$$

$$y = ax + b$$

$$y = ax$$

Por ejemplo: $y = x + 1$, $y = 3x + 2$, $y = 4x$, $y = 2x + 2$.

El segundo jugador solamente sabe el tipo y tiene que adivinar la relación exacta, puede dar máximo 10 valores de x distintos para que le den los valores correspondientes de y .

Por ejemplo:

2º jugador	1º jugador	Conjetura del 2º jugador	Respuesta del 1º jugador
$x = 2$	$y = 7$	Se suma 5 con x	Incorrecto
$x = 0$	$y = 1$	No dice nada	No dice nada
$x = 3$	$y = 10$	No dice nada	No dice nada
$x = 4$	$y = 13$	Multiplicar x por 3 y sumarle 1	Correcto tienes 3 puntos

Se otorga 1 punto más si escribe la relación entre x y y , como $y = 3x + 1$.

A continuación tienes unas funciones que puedes usar en el juego.

$$y = x \quad y = x - 1 \quad y = 2x + 1 \quad y = 8x - 1 \quad y = 12 + x \quad y = 5x$$

$$y = 5x - 4 \quad y = 3x - 3 \quad y = 2x + 2 \quad y = x + 1 \quad y = 24 + 2x$$

■ Encuentra y escribe la relación entre x y y que produce la tabla adjunta.

Ahora completa la tabla si $y = 7x - 8$

Observa que todas las relaciones anteriores corresponden a igualdades del tipo $y = ax + b$ donde a y b son ciertos valores; en el ejemplo anterior, $y = 7x - 8$, se tiene que $a = 7$ y $b = -8$.

Determina a y b si

$y = 6x - 4$	$a =$	$b =$
$y = 2x + 24$	$a =$	$b =$
$y = 7x$	$a =$	$b =$

Cápsula

Una **función** es una relación en la cual a cada valor de x le corresponde sólo un valor de y .

Explique a los alumnos que pueden crear distintas situaciones con dos números en el que uno depende del otro. Por ejemplo, pueden relacionar los litros de gasolina con el número de kilómetros que recorre un auto o una pluma con su precio.

Pida más ejemplos de este tipo de relaciones y pregúnteles, por ejemplo, cuántos litros de gasolina son necesarios para recorrer 2 km o cuánto dinero hace falta para comprar dos plumas.

Solicítele que indiquen relaciones lineales del tipo $y = ax + b$ y que escriban una relación denotando una de las cantidades con x y la otra con y . Como en la página ellos tendrán ejemplos más abstractos, vale la pena que empiecen con cosas que ellos mismos inventen.

x	0	3	4	6	
y		15	19	23	27

x	0	1	4	6	10
y					

Página 209

¿Quién soy yo?

■ Supongamos que entre x y y existe una relación del tipo $y = ax + b$, si la evaluamos en 3 y en 4, obtenemos:

$$15 = 3a + b \quad y \quad 19 = 4a + b$$

Restamos término a término:

$$19 - 15 = 4, \quad 4a - 3a = a, \quad b - b = 0,$$

vemos que el incremento en y cuando la función propuesta se evalúa en valores consecutivos de x es 4. Lo anterior indica que el valor de $a = 4$. Para obtener 15 con $x = 3$, necesitamos que $b = 3$. De esta forma, la relación es $y = 4x + 3$.

x	0	3	4	5	6
y	3	15	19	23	27

x	0	1	4	6	10
y	-8	-1	20	34	62

$y = 6x - 4$	$a = 6$	$b = -4$
$y = 2x + 24$	$a = 2$	$b = 24$
$y = 7x$	$a = 7$	$b = 0$

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Explique a los alumnos que en el proceso de producción de cualquier cosa siempre se tienen *gastos fijos* o un costo *inicial*, de los ejemplos de distintas situaciones. Mencione que si quisieran producir balones de fútbol, tendrían que comprar máquinas especiales que corten las partes del balón, como los hexágonos y los pentágonos que lo forman. Por lo tanto, el gasto inicial se haría en las máquinas. Si quisieran poner un restaurante, entonces el gasto inicial consistiría en mesas, sillas, cocina, etcétera.

Comente que en la manufactura de balones el *costo variable* es, por ejemplo, el cuero con el que los fabricarían, y que en el caso del restaurante es la materia prima con la que elaborarían los alimentos que venderían. Posteriormente, señale que todos estos gastos se conocen como “costos totales”.

Indíqueles que el dinero total que reciben es el precio de cada una de las cosas multiplicado por el número de artículos que vendieron. El producto es el dinero total de la venta; para encontrar las ganancias es necesario que le resten al total de la venta los costos totales, y el resultado es la *utilidad*, siempre y cuando obtengan números positivos. Dígales que si los costos totales son mayores que el dinero total de la venta, entonces se dice que la compañía está en números rojos. Puede usar este ejemplo para retomar el tema de los números negativos.



SOLUCIONES

Página 210

Las plumas

$$y = 8x$$

$$8(7) = 56$$

Número de plumas (x)	Precio a pagar (y)
1	8
2	16
3	24
4	32

$$4\ 800 + 6 = 4\ 806$$

$$4\ 800 + 34 = 4\ 834$$

Número de plumas (x)	Precio a pagar (y)
1	8
2	16
3	
4	

Las plumas

Escribe la relación entre el precio a pagar representado por y y el precio por cada pluma, 8 pesos, si el número de plumas está representado por x

¿Cuál será el precio total de 7 plumas? _____

El señor Felipe decidió poner una fabriquita de plumas e hizo un estudio de las máquinas y los costos de producción llegando a las siguientes conclusiones:

El costo de producir plumas incluye la compra de una máquina especial que cuesta \$4 800; además, para la elaboración de cada pluma se requiere de plásticos, tintas y otros materiales con un costo de \$2 por pluma.

Observa que: Costo total = Costo inicial + Costo variable

$$\text{Costo total de producir 3 plumas} = 4\ 800 + 3(2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{Costo total de producir 17 plumas} = 4\ 800 + 17(2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

■ Encuentra el costo total y de producir x plumas. _____

Calcula el costo total de producir 1 000 plumas. _____

Si las plumas se venden en \$7 cada una, ¿cuál es la utilidad del productor si vende 1 000 plumas? Observa que:

$$\text{Utilidad} = \text{Precio de venta} - \text{Costo total} \underline{\hspace{2cm}}$$

Los refrescos

En una compañía refresquera quieren comprar una máquina de lavado de botellas. Para decidir qué maquinaria comprar, los dirigentes de la compañía observan el funcionamiento de una máquina mientras trabaja y se preguntan: ¿Cuántas botellas lava en una hora?

No pasan ni cinco minutos cuando uno de los dirigentes de la compañía contesta: “Alrededor de 960 botellas”.

¿Cómo crees que lo hizo? _____



210

RELACIONES FUNCIONALES

$$\blacksquare y = 4\ 800 + 2x$$

$$y = 4\ 800 + 2(1\ 000) = 4\ 800 + 2\ 000 = 6\ 800.$$

$$= 7(1\ 000) - 6\ 800 = 7\ 000 - 6\ 800 = 200.$$

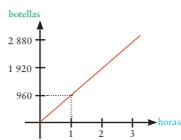
Los refrescos

Una posibilidad es que haya observado el número de botellas lavadas en un minuto y de esta forma estimó el número de botellas lavadas en una hora, multiplicando el número observado por 60.

Por cierto, cuando los dirigentes llegaron al despacho de ventas de la fábrica donde se producen las máquinas, vieron en la pared una gráfica como la que aparece abajo.

■ Observa la gráfica, ¿cuántas botellas lava la máquina en 2 h? _____

■ Completa la tabla.



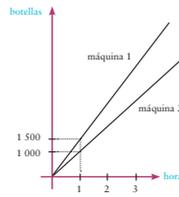
horas (x)	botellas (y)	relación entre x y y
1		
2		
3		

Si denotamos por x el número de horas y por y el número de botellas lavadas, indica cuál es la relación entre x y y .

Pasó el tiempo y un vendedor les hizo una oferta sobre una máquina usada y una máquina nueva más moderna. Les enseñó la gráfica que aparece a la derecha.

■ Repasa con rojo la gráfica que creas que represente la máquina usada y con azul la que represente la nueva.

Explica tu elección. _____



■ Completa la tabla, correspondiente a la máquina 2.

horas (x)	botellas (y)	relación entre x y y
1		
2		
3		

Cápsula

La gráfica de $y = kx$ es una recta que pasa por el origen (0,0) y es una **función lineal**.

Si x denota las horas y y el número de botellas, escribe la relación que existe entre x y y para la máquina 1. _____

Mencióneseles que la representación gráfica de las funciones es importante, ya que eso posibilita comparar las gráficas y hacer una lectura rápida de algún dato.

Comente los trabajos de Descartes que asocian la geometría con el álgebra. Relate la anécdota de la mosca: Descartes descansaba en su cama, en un cuarto en forma de paralelepípedo rectangular, cuando vio una mosca volando y se preguntó cómo podría explicar a alguien que no estuviera en el cuarto dónde se localizaba la mosca.

Pídeles que le expliquen cómo le dirían a alguien que no conoce el salón en qué lugar se encuentra una de las lámparas o algún otro objeto. Luego indíqueles que a Descartes se le ocurrió situar a la mosca por medio de tres coordenadas para ubicarla en el espacio, y de ahí en adelante nació lo que actualmente se conoce como “geometría analítica” o “geometría cartesiana”. Descartes asoció un punto (algo geométrico) a tres números (algo algebraico) y luego asoció una ecuación de dos variables a una recta.

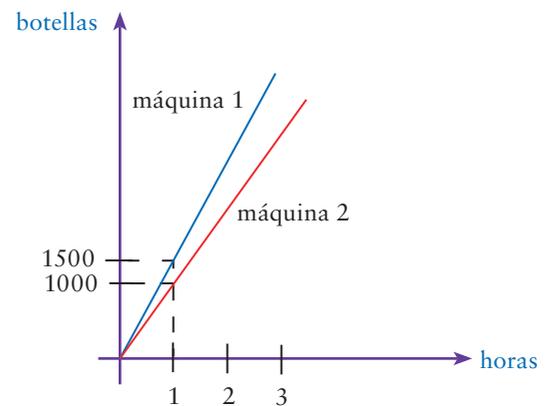
Página 211

■ En 2 horas, la máquina lava 1 920 botellas.

horas (x)	botellas (y)	relación entre x y y
1	960	$y = 960x$
2	1 920	$y = 960x$
3	2 880	$y = 960x$

La relación entre x y y es $y = 960x$ que equivale a, $x = \frac{y}{960}$.

■ La máquina 1 lava 1 500 botellas en una hora mientras que la máquina 2 sólo lava 1 000. Es lógico pensar que una máquina usada lave menos botellas que una nueva, por lo que se puede concluir que la máquina 2 es la usada.



horas (x)	botellas (y)	relación entre x y y
1	1 000	$y = 1\,000x$
2	2 000	$y = 1\,000x$
3	3 000	$y = 1\,000x$

La relación es $y = 1\,000x$.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Recuerde a los alumnos que en el tema 4 del bloque 3 vieron las propiedades de las proporciones. Remítalos a las páginas 160-161 y pídeles que en equipos escojan uno de los ejemplos que aparecen ahí y que lo describan con una ecuación. Dígalos que en todos los casos la proporcionalidad es directa, por lo que obtendrán una expresión del tipo $x = ay$, en la que a es la constante de proporcionalidad, y en cada caso indica distancia o número de toronjas y x señala tiempo o precio.

Recuérdelos nuevamente que una de las variables depende de la otra y que también pueden escribir esta ecuación como $y = \frac{1}{a}x$, en la que x es la incógnita; es decir, y está en función de x .

Insista en esta página en las parejas ordenadas y en la convención de que la primera coordenada se coloca usualmente en una recta horizontal, y la segunda se sitúa en una recta vertical (perpendicular a la primera).

Cápsula

En las igualdades del tipo $y = kx$, k representa un número que se llama **constante de proporcionalidad**.

Observa que $\frac{y}{x} = k$, lo cual coincide con el uso de este término en las páginas 58, 128 y 162.

■ Escribe las tres funciones siguientes. ¿De qué tipo son? ¿Tienen algo en común al graficar? ¿Qué es? _____

La que corresponde a 960 botellas en 1 hora _____

La que corresponde a 1 000 botellas en 1 hora _____

La que corresponde a 1 500 botellas en 1 hora _____

Si $y = 3x$, $k = 3$ es la constante de proporcionalidad.

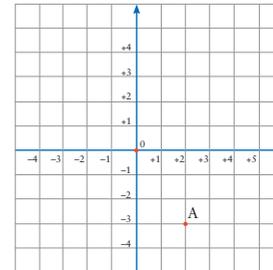
■ Escribe la constante de proporcionalidad para las siguientes funciones:

$$y = 8x \quad k =$$

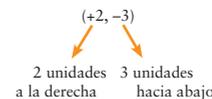
$$y = 1.5x \quad k =$$

¿Y las gráficas?

La gráfica de una función se traza sobre el plano cartesiano, que es donde se sitúan los pares ordenados. Empecemos por los pares ordenados de enteros. Un par ordenado de enteros representa un punto en una cuadrícula. Por ejemplo, $(+2, -3)$ corresponde al punto A de la siguiente gráfica.



Se empieza en el 0. El primer número del par indica que se tiene que ir a la derecha si es positivo o a la izquierda si es negativo. El segundo número indica que se tiene que ir hacia arriba si es positivo o hacia abajo si es negativo.



SOLUCIONES

Página 212

■ Todas las gráficas son rectas del tipo $y = kx$, es decir, son funciones lineales. Por lo anterior, todas pasan por el origen $(0,0)$.

La que corresponde a 960 botellas en 1 hora $y = 960x$

La que corresponde a 1 000 botellas en 1 hora $y = 1\,000x$

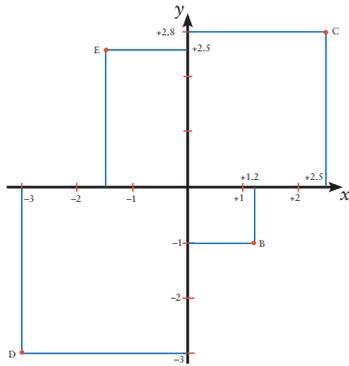
La que corresponde a 1 500 botellas en 1 hora $y = 1\,500x$

■ $y = 8x \quad k = 8 \quad y = 1.5x \quad k = 1.5$

Así como se pueden representar números decimales sobre una recta, las parejas ordenadas de números decimales representan puntos, como se ve en la siguiente gráfica.

■ Completa.

- B = (+1.2, -1)
- C = (,)
- D = (-3,)
- E = (,)

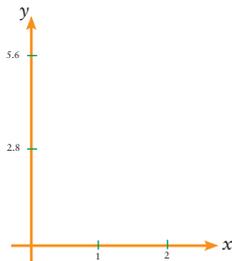


■ Si un kilogramo de arroz cuesta 2.80 pesos, representamos por y el costo total y por x el número de kilogramos.

Escribe la relación que hay entre x y y _____

Indica el valor de y si x es 2: $y =$ _____

En el sistema de coordenadas coloca el punto que corresponde a $x = 2$, y dibuja la recta que representa la ecuación anterior.



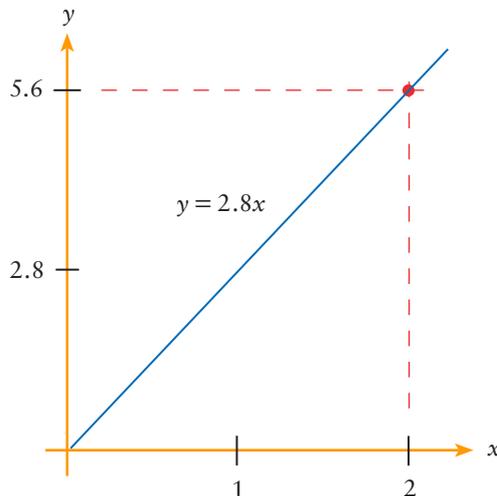
Pida a los alumnos que tracen en su cuaderno un sistema de rectas coordenadas y que coloquen ahí ciertos puntos que usted dictará con un nombre determinado, por ejemplo, $O = (0, 0)$, $A = (2, 1)$, $B = (3, 2)$, $C = (-2, -1)$ y $D = (4, 2)$.

Indíqueles que marquen cuatro puntos en forma alineada, que señalen otro punto sin alinearlo a los anteriores y que tracen los segmentos de recta que resultan de las coordenadas de los puntos. Pídale, para que las gráficas sean claras, que usen la regla y un lápiz con buena punta tanto para trazar los ejes y los segmentos como para marcar los puntos. Dígalos que no repasen los puntos de intersección de los segmentos, que sólo coloquen una letra al lado de cada punto que usted les pida construir. Pregúnteles si ven alguna relación entre los puntos que construyeron.

Indúzcalos a que busquen una recta que contenga cuatro de los cinco puntos anteriores. Luego pídale que tracen la recta que une esos cuatro puntos (O, A, C y D), que escriban la ecuación de la recta ($y = \frac{1}{2}x$) y que verifiquen que las coordenadas del punto B no satisfacen la ecuación. Por lo tanto, el punto B no se encuentra en la recta que acaban de trazar.

Página 213

- $B = (+1.2, -1)$
- $C = (+2.5, +2.8)$
- $D = (-3, -3)$
- $E = (-1.5, +2.5)$
- $y = 2.8x$
- $y = 2.8(2) = 5.6$



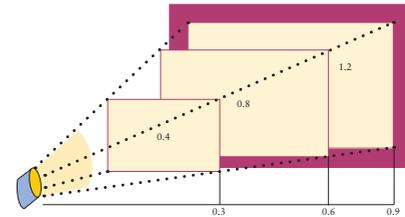
SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Explique a los alumnos que la proporcionalidad se traduce en linealidad; es decir, la proporcionalidad es gráficamente una recta. Como puede ser que algunos de ellos no sepan lo que es un proyector, en el experimento ilumine con una lámpara de bolsillo o con un foco una hoja de papel para que les muestre la sombra del papel sobre la pared o el piso. Luego acerque el papel al foco para que vean que la sombra aumenta. Si aleja el papel del foco entonces verán que la sombra se hace más pequeña. Dígalos que este mismo efecto hace el proyector de esta página.

Indíqueles que para graficar la línea recta del ancho de la imagen respecto a la distancia del proyector es importante que ellos usen una regla y su lápiz bien afilado. Luego tienen que decidir en qué eje colocar cada una de las cantidades. Recuerdeles que la primera coordenada (en este caso la distancia del proyector) se coloca en el eje horizontal y que la segunda coordenada (en este caso el ancho de la imagen) se coloca en el eje vertical.

El proyector

Para lograr una buena proyección, lo ideal es que la imagen proyectada sea del mismo tamaño que la pantalla, es decir que sea lo más grande posible.



Para que la imagen sea cada vez más grande, ¿hay que acercar o alejar el proyector de la pantalla? _____

Al hacer las mediciones de la distancia del proyector a la pantalla y del tamaño de la imagen, se obtiene la tabla adjunta.

Distancia en m	Ancho de la imagen en m
0.3	0.4
0.6	0.8
0.9	1.2
1.2	1.6
1.5	
1.8	

■ Copia las cuatro parejas ordenadas que aparecen en la tabla empezando por la distancia y luego por el ancho:
(____, ____), (____, ____), (____, ____), (____, ____)

En la siguiente gráfica coloca los puntos anteriores y traza la recta que los une.

¿Qué valor corresponde a 1.5? _____ ¿Y a 1.8? _____

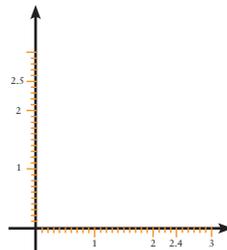
■ Completa con esos valores la tabla anterior.

■ Si $y = \frac{4}{3}x$, efectúa los siguientes cálculos:

• Si $x = 0.3$, $y =$ _____ • Si $x = 1.5$, $y =$ _____

¿Crees que $y = \frac{4}{3}x$ representa la recta que corresponde a los puntos de la tabla? _____ Explica: _____

Nota que, aunque en la gráfica sólo ubicaste las cuatro parejas ordenadas de la tabla para trazar la recta, ésta se forma por infinidad de puntos, todos los cuales respetan la relación funcional $y = \frac{4}{3}x$.



214

RELACIONES FUNCIONALES



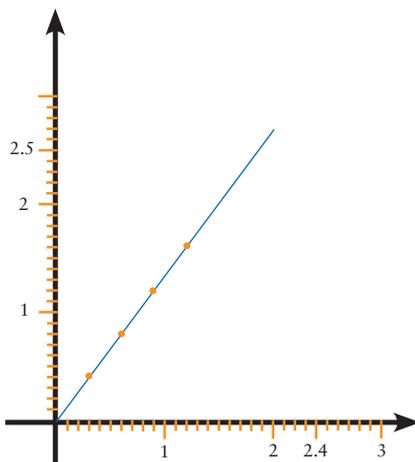
SOLUCIONES

Página 214

El proyector

Hay que alejar el proyector.

■ (0.3, 0.4) (0.6, 0.8) (0.9, 1.2) (1.2, 1.6)



1.5 \rightarrow 2 y 1.8 \rightarrow 2.4

Distancia en m	Ancho de la imagen en m
0.3	0.4
0.6	0.8
0.9	1.2
1.2	1.6
1.5	2
1.8	2.4

■ Si $x = 0.3$, $y = 0.4$
Si $x = 1.5$, $y = 2$

Sí.

La función $y = \frac{4}{3}x$, da los mismos valores de y para los valores de x que se graficaron.



ACTIVIDADES

■ Contesta lo siguiente en tu cuaderno.

1. Cristina tiene 3 años menos que Andrés. Si representamos por y la edad de Cristina y por x la edad de Andrés, escribe una relación entre x y y . ¿Qué edad tendrá Cristina cuando Andrés tenga 49 años?

2. En una carrera de autos, un auto corre a 180 km/hora y tarda 3 minutos en dar una vuelta a la pista. ¿Cuántos kilómetros recorrió? Si otro auto va a 360 km/hora, ¿cuánto tardará el auto más rápido en dar una vuelta? Un periodista contesta inmediatamente: "pues tarda un minuto y medio..." ¿Estás de acuerdo? Explicalo.

3. Si en un almacén 2 kg de harina cuestan \$6.50, ¿cuánto deberá pagarse por 120 toneladas de harina? (1 tonelada = 1 000 kg). Si y representa el precio total de la harina y x el número de kilos, escribe una relación entre x y y . Representalo gráficamente con una recta.

4. Una persona tiene la presión arterial alta y el médico se la quiere nivelar. El médico sabe que 1 mg de cierta medicina disminuye 1.5 unidades de presión. ¿Qué disminución producirán 10 mg? Si y representa la disminución en la presión y x el número de miligramos que se receta, escribe la relación entre x y y . Si el médico quiere bajar la presión 22.5 unidades, ¿cuántos mg de medicina debe recetar? Representa gráficamente con una recta esta situación.

5. ¿Es el perímetro de un cuadrado proporcional a la longitud de uno de sus lados? Explicalo. Escribe una relación entre y , el perímetro, y x , la longitud de uno de sus lados.

6. ¿Es el área de un trapecio con altura fija proporcional a la base mayor? Contéstalo y explícalo.

7. Busca un recibo de agua. El cobro del agua es proporcional al número de litros que se consumen. Busca en el recibo el costo y el consumo y luego escribe una relación entre y , el costo total, y x , el número de litros que se consumen. Nota que el recibo de agua indica la cantidad de agua consumida en metros cúbicos.



Cápsula

La capacidad se mide en litros y se tiene que
1 litro = 1 dm³

Así que 1 000 litros =
1 000 dm³ = 1 m³

Receta secreta

El betún de un pastel de chocolate es 25% del peso del pastel. ¿En qué porcentaje hay que reducir el betún para que se convierta en 20% del peso del pastel?

Receta secreta

Indique a los alumnos que los problemas de porcentaje son problemas de funciones lineales. Por eso, pídeles que lean con cuidado el problema, que trabajen individualmente y que discutan sus ideas con los compañeros que están sentados cerca de ellos. Después pregúnteles si alguien terminó el problema y escriba las distintas respuestas en el pizarrón. Luego cuestíoneles qué tipo de respuesta se les pide (un porcentaje).

Dígalos que una forma sencilla de resolver el problema es la siguiente. Pregunte cuál sería el peso del betún (250 g) si el peso del pastel fuera de 1 kg. Luego pregúnteles cuánto pesaría el betún de ese mismo pastel (200 g) si representara 20% del pastel. Ahora pídeles que calculen cuántos gramos deben reducir el betún (50 g) y finalmente dígalos que calculen el porcentaje que representa esta cantidad (20%) respecto del betún inicial.

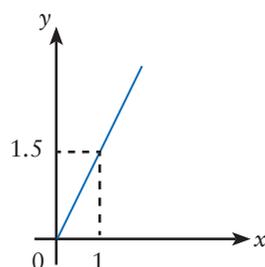
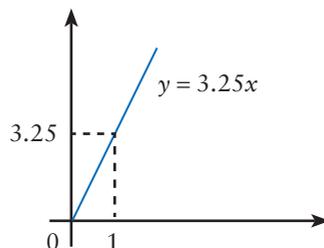
Otra solución es:

Si y es el peso del betún y x es el peso total del pastel, tenemos que $y = 0.25x$. Si ahora queremos que la constante de proporcionalidad sea 0.2 en lugar de 0.25, tenemos que reducir la cantidad de betún en:

$$100 - \frac{20}{0.25} = 20\%$$

Página 215

- $y = x - 3$. Si $x = 49$, $y = 49 - 3 = 46$ años tendrá Cristina.
- El número de kilómetros recorridos es: $\frac{3}{60}(180) = 3(3) = 9$ km.
El otro auto tarda $\frac{9}{360} = 0.025$ horas = 1.5 minutos.
- 1 kg de harina cuesta \$3.25; 120 toneladas son 120 000 kg. Entonces, el precio de 120 toneladas de harina es 120 000(3.25) = \$390 000.
 y = precio
 x = número de kilogramos
- 10 mg disminuyen en 15 unidades la presión. La relación entre x y y es $y = 1.5x$. Para bajar la presión en 22.5 unidades se necesitan $x = \frac{22.5}{1.5} = 15$ mg.



- $\text{Perímetro} = 4 \times \text{longitud del lado}$. Hay una relación proporcional entre el perímetro y la longitud de un lado con $k = 4$, constante de proporcionalidad, por lo que $y = 4x$
- $A = \frac{h(B+b)}{2} = \frac{hB}{2} + \frac{hb}{2}$. El área no es proporcional a la base mayor, ya que también depende de la longitud de la base menor.
- $\text{Costo total} = \text{Precio} \times \text{Litros Consumidos}$, $y = \text{Precio}(x)$.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

Pregunte a los alumnos qué es una circunferencia y cómo la podrían describir. Pídales que mencionen en dónde hay círculos en su vida cotidiana y para qué sirven. Si es posible, proponga que hagan un trabajo de la historia del círculo en la Antigüedad y para qué se usó. En su trabajo deberán establecer que la utilidad del círculo radica en su propiedad de rodar.

Solicite que enumeren los usos que se le dan actualmente al círculo. Indíqueles que piensen en un mundo sin círculos y comenten cómo sería.

Pida que definan qué es el centro de un círculo y qué es el radio, coménteles que el centro de un círculo es el centro de simetría y que cualquier recta que pase por éste será un eje de simetría.

TEMA 4



Propiedades de la circunferencia

EL PLATO

Unos arqueólogos han encontrado un pedazo de un plato circular y lo quieren reconstruir. Para ello, requieren encontrar el centro y el radio. Tratan de crear primero un modelo antes de hacer la reconstrucción definitiva. Discute con tus compañeros de equipo qué harían para ayudar a hacer la reconstrucción.

■ Construye un círculo de radio 3 cm y centro en el punto C , que se indica a continuación.

Cápsula



Un círculo tiene la propiedad de que todos los puntos de la circunferencia están a la misma distancia, llamada radio r , de un punto fijo O llamado el **centro**.

C

Sobre la circunferencia marca dos puntos que tu escojas y denótalos por A y B . Busca el punto medio de AB y denótalo por M . Traza la recta perpendicular a AB que pase por M , es decir, la mediatriz de AB . ¿Qué observas?

Cápsula

Hay una infinidad de círculos que pasan por dos puntos fijos. El centro se encuentra sobre la **mediatriz**. Para recordar el concepto de mediatriz, revisa el tema 3 del bloque 2.

S

T

■ Ahora traza un segmento cuyos extremos sean S y T . Traza la mediatriz de ese segmento. Traza un círculo con centro en esa mediatriz y que pase por S y T .

¿Cuántos círculos que pasen por S y T , con centro sobre la mediatriz, puedes trazar?

Explica: _____

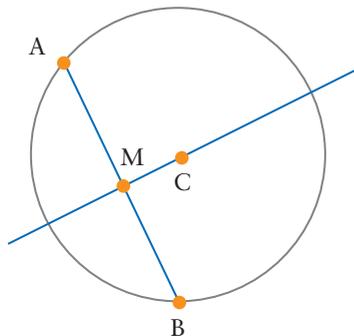


SOLUCIONES

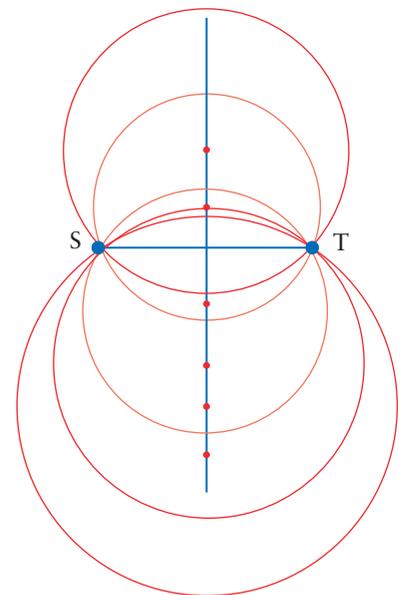
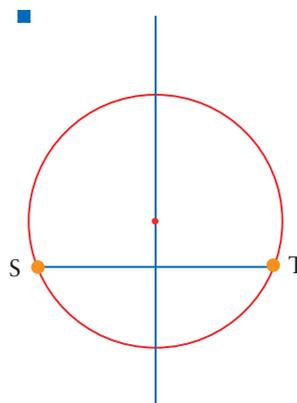
Página 216

EL PLATO

■



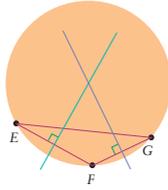
La mediatriz de AB pasa por el centro del círculo. Esto ocurre para la mediatriz de un segmento determinado por cualesquiera dos puntos sobre la circunferencia.



Se pueden trazar muchos.

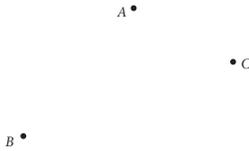
Después de la actividad anterior, ¿podemos construir el centro de un círculo que pase por tres puntos no alineados? _____

En efecto, sean E, F y G tres puntos que no están sobre la misma recta. Si buscamos un círculo que pase por E, F y G , ese círculo pasa por E y F , por lo tanto, el centro está sobre la mediatriz de EF . Como pasa por F y G también está sobre la mediatriz de FG . Así, el centro O del círculo que pasa por E, F y G está sobre la mediatriz de EF y de FG , es decir, en la intersección de esas dos rectas. Una vez teniendo el centro del círculo, O , el radio será OE, OF o bien OG , ya que todas esas longitudes son iguales. Traza la mediatriz de EG en la figura.



¿Qué observas? _____

■ Traza un círculo que pase por los puntos A, B y C , primero encuentra el centro O de ese círculo.



■ Traza un círculo que pase por S y T y que tenga un radio de 2 cm.



■ Explica los trazos que hiciste para encontrar el centro. _____

¿Cuántos círculos puedes trazar con esas especificaciones? _____

Mencione a los alumnos que dos puntos determinan una recta, pero no son suficientes para determinar un círculo, ya que pueden pasar muchos círculos por esos dos puntos. Pregúnteles cuántos puntos consideran que sean necesarios para determinar un círculo.

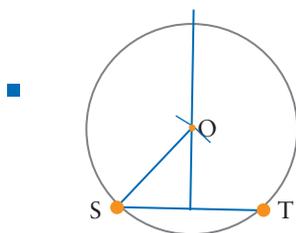
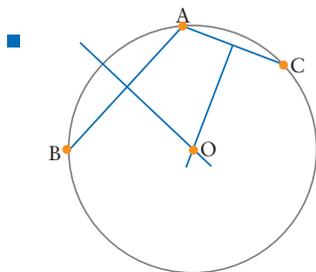
Coménteles que la mediatriz de un segmento tiene la propiedad de que todos sus puntos están a la misma distancia de los extremos del segmento. Por lo tanto, todos los círculos que pasen por los extremos del segmento tendrán su centro en la mediatriz. Pregunte de qué manera creen que esto ayuda a construir un círculo que inicialmente pase por tres puntos dados.

Resalte que el centro del círculo está tanto en una de las mediatrices como en la otra. Por lo tanto, el centro del círculo está en la intersección de las mediatrices.

Página 217

Sí, ayudándonos con la construcción de mediatrices.

La mediatriz de EG pasa por el centro del círculo.



■ Se traza el segmento ST y su mediatriz. Con centro en S , se traza un arco de circunferencia con radio 2 que corte a la mediatriz en el punto O . Luego con centro en O se traza un círculo de radio 2, el cual pasa por S y por T .

Dos.

